

CIRANO

Centre interuniversitaire de recherche
en analyse des organisations

Série Scientifique
Scientific Series

98s-20

**Inférence fondée sur
les statistiques des
rendements de long terme**

Cosme Vodounou

Montréal
Juin 1998

CIRANO

Le CIRANO est une corporation privée à but non lucratif constituée en vertu de la Loi des compagnies du Québec. Le financement de son infrastructure et de ses activités de recherche provient des cotisations de ses organisations-membres, d'une subvention d'infrastructure du ministère de l'Industrie, du Commerce, de la Science et de la Technologie, de même que des subventions et mandats obtenus par ses équipes de recherche. La *Série Scientifique* est la réalisation d'une des missions que s'est données le CIRANO, soit de développer l'analyse scientifique des organisations et des comportements stratégiques.

CIRANO is a private non-profit organization incorporated under the Québec Companies Act. Its infrastructure and research activities are funded through fees paid by member organizations, an infrastructure grant from the Ministère de l'Industrie, du Commerce, de la Science et de la Technologie, and grants and research mandates obtained by its research teams. The Scientific Series fulfils one of the missions of CIRANO: to develop the scientific analysis of organizations and strategic behaviour.

Les organisations-partenaires / The Partner Organizations

- École des Hautes Études Commerciales
- École Polytechnique
- McGill University
- Université de Montréal
- Université du Québec à Montréal
- Université Laval
- MEQ
- MICST
- Avenor
- Banque Nationale du Canada
- Bell Québec
- Caisse de dépôt et placement du Québec
- Fédération des caisses populaires Desjardins de Montréal et de l'Ouest-du-Québec
- Hydro-Québec
- Industrie Canada
- Microcell Labs inc.
- Raymond, Chabot, Grant, Thornton
- Scetauroute
- Société d'électrolyse et de chimie Alcan Ltée
- Téléglobe Canada
- Ville de Montréal

Ce document est publié dans l'intention de rendre accessibles les résultats préliminaires de la recherche effectuée au CIRANO, afin de susciter des échanges et des suggestions. Les idées et les opinions émises sont sous l'unique responsabilité des auteurs, et ne représentent pas nécessairement les positions du CIRANO ou de ses partenaires.

This paper presents preliminary research carried out at CIRANO and aims to encourage discussion and comment. The observations and viewpoints expressed are the sole responsibility of the authors. They do not necessarily represent positions of CIRANO or its partners.

ISSN 1198-8177

Inférence fondée sur les statistiques des rendements de long terme^{*}

Cosme Vodounou[†]

Résumé / Abstract

Nous étudions dans un cadre bivarié les propriétés statistiques du ratio de variance et du rapport de Student fondés sur les rendements de K périodes. En suivant l'approche $K/T \rightarrow \kappa$ de Richardson et Stock (1989), nous montrons que les distributions asymptotiques obtenues sous l'hypothèse nulle de marché efficient et sous différentes alternatives sont non standards. Par simulations de Monte Carlo, nous montrons sous l'hypothèse nulle que les approximations proposées sont satisfaisantes à distance finie, corroborant les résultats de Richardson et Stock (1989). Sous les hypothèses alternatives retenues, la puissance du test fondé sur le ratio de variance augmente avec κ atteint un maximum puis décroît. En revanche, la puissance du test fondé sur le rapport de Student est une fonction décroissante de κ .

We study in a bivariate framework the statistical properties of the variance ratio test and t-statistic based on long period returns. Following Richardson and Stock (1989) with their approach $K/T \rightarrow \kappa$, we show that the asymptotic distributions of those statistics are non-standard. Under the null hypothesis of market efficiency, we show in finite sample that our approximations are adequate as in Richardson and Stock (1989). Under various alternative hypotheses, the asymptotic power of the variance ratio test, as a function of κ , increases up to some value, and then decreases. On the other hand, the power of the test based on the t-statistic decreases with κ .

Mots Clés : Rendements de K périodes, $K = O(T)$, ratio de variance, t-statistique, distributions asymptotiques, adéquation, puissance asymptotique

Keywords : K periods return, $K = O(T)$, variance ratio, t-statistic, asymptotic distributions, adequation, asymptotic power

^{*} Adresse de l'auteur : Cosme Vodounou, CIRANO, 2020 University Street, 25th floor, Montréal, Qc, Canada H3A 2A5 Tél. : (514) 985-4025 Tcp : (514) 985-4039 courriel : vodounoc@cirano.umontreal.ca Cette étude est la version en temps discret inspirée d'une recherche antérieure réalisée en collaboration avec Pierre Perron, laquelle est intitulée « Tests de marché efficient fondés sur une approximation de processus en temps continu ». Je tiens à remercier René Garcia pour ses commentaires.

[†] CIRANO

1 Introduction

La prévision des rendements de court et de long terme en conjonction avec les tests de marché efficient et les tests de retour à la moyenne, a suscité beaucoup d'intérêt dans les travaux empiriques ayant dominé la littérature des années 1980 en finance: voir Fama (1991) pour une littérature plus complète.

La plupart des études tendent à soutenir l'hypothèse de retour à la moyenne des prix et rejettent l'hypothèse nulle de marché efficient pour les rendements de long terme. On note à cet égard que les rendements de long terme (3 à 4 ans, 5 à 10 ans) sont négativement corrélés [Fama et French (1988a), Poterba et Summers (1988)] alors que ceux de court terme sont positivement corrélés [Fama (1965), Fisher (1966), Lo et Mackinlay (1988), Poterba et Summers (1988)]. En outre ces différentes études soulignent que le rapport dividende/prix a un effet positif sur les rendements excédentaires [Rozeff (1984), Shiller (1984), Campbell et Shiller (1988)]: pour Fama et French (1988b), cet effet est faible pour les rendements de court terme (1 à 3 mois) mais considérable pour ceux de long terme (2 à 4 ans).

D'un point de vue statistique, les résultats obtenus pour les rendements de K périodes exposés ci-dessus ont soulevé des controverses à la suite des travaux de Poterba et Summers (1988) selon lesquels l'hypothèse nulle de marche aléatoire sur le logarithme des prix n'est pas rejetée du fait de la faible puissance des tests sous l'alternative spécifiant deux composantes pour les prix. Ces résultats contrastent avec ceux de Fama et French (1988a) et alimentent du coup les réflexions quant à la validité de l'approximation normale du ratio de variance et de l'autocorrélation des rendements lorsque K est élevé. Pour le ratio de variance en particulier, des études de Monte Carlo ont montré d'une part que la loi normale est une mauvaise approximation de la loi exacte de cette statistique dans les petits échantillons; d'autre part, ces études ont montré que l'utilisation des valeurs critiques asymptotiques y afférentes conduit à des distorsions de niveau qui sont très sévères lorsque la période retenue pour le calcul des rendements est relativement élevée [Faust (1988)], Lo et Makinlay[1989].

Richardson et Stock (1989) proposent comme solution au problème de niveau une théorie asymptotique qui repose sur le fait que le paramètre d'agrégation $K = O(T)$ avec κ comme valeur limite du rapport K/T .

Les distributions limites dérivées pour l'autocorrélation des rendements de K périodes de Fama et French (1988a) et le ratio de variance de Lo et Mackinlay (1988) sont des fonctions de mouvements browniens lesquelles contrastent avec l'approche standard fixant K . La qualité de ces approximations est satisfaisante d'après les simulations de Monte Carlo effectuées par les auteurs.

Campbell (1993) explore les propriétés de la régression standard de K périodes et de ses variantes en supposant que le régresseur est un processus $AR(1)$. Il fait une analyse théorique de la puissance du test de l'hypothèse nulle de marché efficient contre l'alternative spécifiant que la vraie valeur de ce paramètre est égale à 1. En considérant comme mesure de la puissance l'approximation des pentes de Bahadur (1960) et de Geweke (1981), Campbell montre que la puissance du test croît avec K . Richardson et Smith (1991) utilisent aussi la même approche mais considèrent comme régresseur les rendements retardés. Selon Campbell (1993), l'avantage de l'approximation des pentes dans le contexte des régressions de longue période repose sur la corrélation négative des innovations des rendements et de la variable explicative et n'impose pas que les rendements soient négativement corrélés. Contrairement à Richardson et Stock (1989), Campbell (1993) n'examine pas le cas où K tend vers l'infini mais suppose que K ne dépasse $T/2$.

L'objectif des présents travaux est d'étudier l'extension de l'approche $K/T \rightarrow \kappa$ de Richardson et Stock (1989) avec un modèle discret identique à celui de Campbell (1993). Nous considérons comme régresseur le rapport dividende/prix qui est un processus $AR(1)$ quasi-intégré dont le coefficient autorégressif s'écrit $\exp(c/T)$ où c est le paramètre de décentrage et T le nombre d'observations. Selon que c est négatif, positif ou nul, le processus est dit localement stationnaire, localement explosif ou intégré. Pour explorer les propriétés de long terme des rendements, on considère comme statistiques de test le ratio de variance et le rapport de Student du coefficient estimé dans la régression standard de K périodes de Fama et French (1988b). On dérive les lois limites de ces statistiques sous l'hypothèse nulle et sous une suite d'alternatives locales. Ces distributions dépendent de la corrélation des erreurs aléatoires du modèle et des paramètres c et κ ; elles sont non standards et fonctions de mouvements browniens. Sous l'hypothèse nulle, on montre par simulations de Monte Carlo que les distributions limites sont de bonnes approximations des lois exactes à distance finie, ce qui confirme les résultats de

Richardson et Stock (1989). L'étude de la puissance des tests sous une suite d'alternatives locales révèle des comportements différents selon la statistique retenue. D'après nos simulations, la puissance du test fondé sur le rapport de student décroît en général avec κ quelles que soient les valeurs des autres paramètres. Quant au test fondé sur le ratio de variance, on note que la puissance augmente puis diminue avec κ sous les alternatives d'intérêt dont font état les travaux empiriques [voir Lo et Mackinlay (1989)].

Le plan s'articule comme suit. Dans la section 2, on présente le modèle sous l'hypothèse générale et l'hypothèse nulle d'intérêt. Dans la section 3 on dérive les distributions asymptotiques du rapport de Student sous l'hypothèse nulle et sous l'hypothèse l'alternative en considérant les rendements de K périodes de longueur h puis, on étudie les propriétés statistiques du test par simulations de Monte Carlo. La section 4 analyse les propriétés du test fondé sur le ratio de variance. La section 5 présente les implications des théories développées sur les résultats empiriques de Fama et French (1988b); on montre notamment pour les rendements de type "equal-weighted" sur la période 1927-1986 que l'évidence sur longue période en faveur du pouvoir de prédiction du rapport dividende/prix n'est soutenue qu'au niveau de 10% contrairement à ce qu'observaient Fama et French au niveau conventionnel de 5%. La section 6 présente la conclusion.

2 Modèle et hypothèse nulle d'intérêt

2.1 Modèle

On considère le processus bivarié $(X_t, R_t)'$ généré par le système (1) décrit ci-après:

$$\begin{aligned} X_t &= \exp(c/T)X_{t-1} + v_t \\ R_t &= \beta X_{t-1} + \varepsilon_t \end{aligned} \tag{1}$$

où $u_t = (v_t, \varepsilon_t)'$ est une différence de martingale avec $\Omega = E(u_t u_t' | u_{t-1}, \dots)$, $\sup_t E\varepsilon_t^4 < \infty$ et $\sup_t E v_t^4 < \infty$. À un facteur multiplicatif 2π près, on désigne par $\Sigma = \begin{bmatrix} \tau & \rho \\ \rho & 1 \end{bmatrix}$ la densité spectrale à la fréquence 0 de u_t et on pose $\delta = \rho/\sqrt{\tau}$. L'hypothèse selon laquelle

u_t est une différence de martingale implique que $\Sigma = \Omega$. On désigne par $\Sigma^{1/2}$ la matrice triangulaire inférieure résultant de la décomposition de Cholesky de Σ avec $\Sigma^{1/2} = \begin{bmatrix} \sqrt{\tau} & 0 \\ \delta & \sqrt{1-\delta^2} \end{bmatrix}$. Dans (1), R_t est le rendement excédentaire d'un actif ou d'un portefeuille, lequel rendement est calculé sur une période de longueur h ($h = 1$ semaine, 1 mois, 1 an) et X_t est le rapport dividende/prix. X_t est un processus quasi-intégré défini en fonction du paramètre de décentrage c . Si $c = 0$, le processus X_t est $I(1)$; en revanche si $c < 0$ (resp. $c > 0$), X_t est localement stationnaire (resp. localement explosif). Le modèle (1) implique que le processus univarié de R_t est un $ARMA(1,1)$ compatible avec l'idée selon laquelle les prix ont une composante transitoire et une composante permanente [voir Poterba et Summers (1988), Campbell (1993)]. Il implique aussi que le rendement espéré vérifie $E(R_{t+1}/I_t) = \beta X_t + (\rho/\tau)v_{t+1}$. Il s'ensuit que l'anticipation des rendements futurs est affectée par le choc v_{t+1} sur le rapport dividende/prix futur.

2.2 Hypothèse nulle d'intérêt

L'hypothèse nulle d'intérêt est $H_0 \beta = 0$ contre une alternative locale $H_1 : \beta = \tilde{\beta}/T$ avec $\tilde{\beta} > 0$. L'hypothèse H_0 correspond à l'hypothèse nulle de marché efficient. Dans ce contexte les alternatives unilatérales retenues sans perte de généralité dans H_1 tiennent compte du résultat empirique selon lequel le rapport dividende/prix a un effet positif sur les rendements [Fama et French (1988b)]. Pour tester l'hypothèse nulle H_0 , on considère deux statistiques usuelles fondées sur les rendements de K périodes de longueur h . Il s'agit d'une part du rapport de student issu de la régression standard de Fama et French (1988b) et d'autre part, du ratio de variance [voir Cochrane (1986), Poterba et Summers (1988), Faust (1988), Lo et Mackinlay (1989)].

Dans tout ce qui suit, on s'intéresse au cas où $K = O(T)$ et on pose $\kappa = \lim_{K,T \rightarrow +\infty} K/T$ avec $0 \leq \kappa \leq 1/2$. Le cas particulier $\kappa = 0$ s'interprète comme celui où T croît plus vite que K .

3 Statistique du rapport de Student

On considère la régression suivante de Fama et French (1988b):

$$R_{t+K-1} = \beta(K)X_{t-1} + \xi_t(K) \quad (2)$$

avec $R_{t+K-1}(K) = \sum_{i=0}^{K-1} R_{t+i}$, $t = 1, 2, \dots, T - K + 1$. L'estimateur des moindres carrés ordinaires de $\beta(K)$ est donné par $\hat{\beta}(K) = \sum_{t=1}^{T-K+1} X_{t-1}R_{t+K-1}(K) / \sum_{t=1}^{T-K+1} X_{t-1}^2$. Sa variance asymptotique est définie suivant l'approche de Newey et West (1994) et Andrews et al. (1992) par $V_{\hat{\beta}(K)}^{NW}$ et suivant celle de Hansen et Hodrick (1980) par $V_{\hat{\beta}(K)}^H$ avec:

$$\begin{aligned} V_{\hat{\beta}(K)}^{NW} &= \frac{(T - K + 1)^{-1} \sum_{j=-(K-1)}^{K-1} \left(1 - \frac{|j|}{K}\right) \hat{R}(j)}{\left\{ (T - K + 1)^{-1} \sum_{t=1}^{T-K+1} X_{t-1}^2 \right\}^2} \\ V_{\hat{\beta}(K)}^H &= \frac{(T - K + 1)^{-1} \sum_{j=-(K-1)}^{K-1} \left(1 - \frac{|j|}{K}\right) \hat{R}_X(j) \hat{R}_\varepsilon(j)}{\left\{ (T - K + 1)^{-1} \sum_{t=1}^{T-K+1} X_{t-1}^2 \right\}^2} \\ \hat{R}(j) &= (T - K + 1)^{-1} \sum_{t=1+|j|}^{T-K+1} \left[X_{t-1} \hat{\xi}_t(K) \right] \left[X_{t-1-|j|} \hat{\xi}_{t-|j|}(K) \right] \\ \hat{R}_X(j) &= (T - K + 1)^{-1} \sum_{t=1+|j|}^{T-K+1} X_{t-1} X_{t-1-|j|} \\ \hat{R}_\varepsilon(j) &= (T - K + 1)^{-1} \sum_{t=1+|j|}^{T-K+1} \hat{\xi}_t(K) \hat{\xi}_{t-|j|}(K) \end{aligned}$$

$\hat{\xi}_t(K)$ étant le résidu de la régression (2). La vraie valeur de $\beta(K)$ et l'expression de $\xi_t(K)$ sont obtenues par de simples calculs algébriques. On a:

$$\begin{aligned} \beta(K) &= \beta(\exp(cK/T) - 1) / (\exp(c/T) - 1) \\ \xi_t(K) &= \beta \sum_{i=1}^{K-1} \sum_{j=t}^{t-1+i} \exp(c(t-1+i-j)/T) v_j + \sum_{i=0}^{K-1} \varepsilon(t+i) \end{aligned}$$

La statistique naturelle du test de l'hypothèse nulle H_0 contre l'alternative H_1 est le rapport de Student $t_{\hat{\beta}(K)} = \hat{\beta}(K) / \left[V_{\hat{\beta}(K)} \right]^{1/2}$. Cette statistique est notée dans la suite, $t_{\hat{\beta}(K)}^i$ avec $V_{\hat{\beta}(K)}^i = V_{\hat{\beta}(K)}^i$ pour $i = NW, H$.

3.1 Distributions asymptotiques

Les distributions asymptotiques obtenues dans cette section reposent sur le théorème central limite fonctionnel ou le principe d'invariance fonctionnelle. Le théorème stipule d'une part que $T^{-1/2} \sum_{t=1}^{[Tr]} u_t$ converge faiblement vers $\sum^{1/2} W(r)$ où $[Tr]$ est la partie entière de Tr et $W(r)$ un processus de Wiener standard bivarié. D'autre part, toute forme fonctionnelle continue $g\left(T^{-1/2} \sum_{t=1}^{[Tr]} u_t\right)$ (g pouvant posséder des points de discontinuité de mesure nulle) converge faiblement vers $g\left(\sum^{1/2} W(r)\right)$: voir entre autres Hall et Heyde (1980) et Herrndorf (1984), Phillips et Durlauf (1986).

3.1.1 Cas où $0 < \kappa < 1/2$

Pour les rendements de K périodes avec $K/T \rightarrow \kappa$, on suppose que $t/T \rightarrow r$. Sous l'hypothèse nulle H_0 selon laquelle $\beta = 0$, on a pour tout $0 < \kappa < 1/2$ les convergences distributionnelles suivantes :

$$\widehat{\beta}(K) \Rightarrow \frac{\frac{1}{\sqrt{\tau}} \int_0^\kappa \left[\int_s^{1-\kappa+s} J_1(r-s) dW_{12}(r) \right] ds}{\int_0^{1-\kappa} J_1^2(r) dr} \quad (3)$$

$$V_{\widehat{\beta}(K)}^{NW} \Rightarrow \frac{\frac{1}{\tau} \int_{-\kappa}^\kappa \left(1 - \frac{|u|}{\kappa}\right) \left[\int_{|u|}^{1-\kappa} J_1(r) J_1(r-|u|) \mathcal{H}_{12}^0(r) \mathcal{H}_{12}^0(r-|u|) dr \right] du}{\left\{ \int_0^{1-\kappa} J_1^2(r) dr \right\}^2} \quad (4)$$

$$V_{\widehat{\beta}(K)}^H \Rightarrow \frac{\frac{1}{\tau} \int_{-\kappa}^\kappa \left(1 - \frac{|u|}{\kappa}\right) \left[\int_{|u|}^{1-\kappa} J_1(r) J_1(r-|u|) dr \right] \mathcal{I}_\kappa^0(u) du}{\left\{ \int_0^{1-\kappa} J_1^2(r) dr \right\}^2} \quad (5)$$

$$t_{\widehat{\beta}(K)}^{NW} \Rightarrow \frac{\int_0^\kappa \left[\int_s^{1-\kappa+s} J_1(r) dW_{12}(r) \right] ds}{\left\{ \int_{-\kappa}^\kappa \left(1 - \frac{|u|}{\kappa}\right) \left[\int_{|u|}^{1-\kappa} J_1(r) J_1(r-|u|) \mathcal{H}_{12}^0(r) \mathcal{H}_{12}^0(r-|u|) dr \right] du \right\}^{1/2}} \quad (6)$$

$$t_{\widehat{\beta}(K)}^H \Rightarrow \frac{\int_0^\kappa \left[\int_s^{1-\kappa+s} J_1(r-s) dW_{12}(r) \right] ds}{\left\{ \int_{-\kappa}^\kappa \left(1 - \frac{|u|}{\kappa}\right) \left[\int_{|u|}^{1-\kappa} J_2(r) J_2(r-|u|) dr \right] \mathcal{I}_\kappa^0(u) du \right\}^{1/2}} \quad (7)$$

avec

$$\begin{aligned}
\mathcal{H}_{12}^0(r) &= W_{12}(r + \kappa) - W_{12}(r) \\
&\quad - Q(r) \int_0^\kappa \left[\int_s^{1-\kappa+s} J_1(r-s) dW_{12}(r) \right] ds, \\
\mathcal{I}_\kappa^0(u) &= \int_{|u|}^{1-\kappa} \mathcal{H}_{12}^0(r) \mathcal{H}_{12}^0(r - |u|) dr, \\
W_{12}(x) &= \sqrt{1 - \delta^2} W_2(x) + \delta W_1(x), \\
Q(r) &= J_1(r) / \int_0^{1-\kappa} J_1^2(r) dr
\end{aligned}$$

et

$$J_1(r) = \int_0^r \exp(c(r-s)) dW_1(s).$$

La relation (3) indique que la distribution asymptotique de l'estimateur $\widehat{\beta}(K)$, comme celles de $V_{\widehat{\beta}(K)}^{NW}$ et $V_{\widehat{\beta}(K)}^H$, est non dégénérée pour tout $\kappa \neq 0$. Il s'ensuit que $\widehat{\beta}(K)$ n'est pas un estimateur convergent de $\beta(K)$. Quant aux relations (6) et (7) elles indiquent que la distribution asymptotique des t-statistiques n'est pas standard.

Sous l'hypothèse alternative locale $H_1 : \beta = \widetilde{\beta}/T$, il est facile de montrer que les distributions asymptotiques de $t_{\widehat{\beta}(K)}^{NW}$ et $t_{\widehat{\beta}(K)}^H$ sont respectivement:

$$t_{\widehat{\beta}(K)}^{NW} \Rightarrow \frac{A(\widetilde{\beta}, \kappa, c, \delta)}{\{G_{NW}(\widetilde{\beta}, \kappa, c, \delta)\}^{1/2}} \quad (8)$$

$$t_{\widehat{\beta}(K)}^H \Rightarrow \frac{A(\widetilde{\beta}, \kappa, c, \delta)}{\{G_H(\widetilde{\beta}, \kappa, c, \delta)\}^{1/2}} \quad (9)$$

avec

$$\begin{aligned}
A(\widetilde{\beta}, \kappa, c, \delta) &= \widetilde{\beta} \sqrt{\tau} \int_0^{1-\kappa} J_1(r) \left[\int_r^{r+\kappa} J_1(s) ds \right] dr \\
&\quad + \int_0^\kappa \left[\int_s^{1-\kappa+s} J_1(r) dW_{12}(r) \right] ds
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
G_{NW}(\tilde{\beta}, \kappa, c, \delta) &= \int_{-\kappa}^{\kappa} \left(1 - \frac{|u|}{\kappa}\right) \\
&\quad \times \left[\int_{|u|}^{1-\kappa} J_1(r) J_1(r - |u|) \mathcal{H}_{12}(r) \mathcal{H}_{12}(r - |u|) dr \right] du \\
G_H(\tilde{\beta}, \kappa, c, \delta) &= \int_{-\kappa}^{\kappa} \left(1 - \frac{|u|}{\kappa}\right) \left[\int_{|u|}^{1-\kappa} J_1(r) J_1(r - |u|) dr \right] \mathcal{I}_{\kappa}(u) du
\end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}
\mathcal{H}_{12}(r) &= \tilde{\beta} \sqrt{\tau} \int_r^{r+\kappa} J_1(s) ds + \mathcal{H}_{12}^0(r) \\
\mathcal{I}_{\kappa}(u) &= \int_{|u|}^{1-\kappa} \mathcal{H}_{12}(r) \mathcal{H}_{12}(r - |u|) dr
\end{aligned}$$

Pour un niveau μ , la puissance asymptotique est donnée pour tout κ non nul par :

$$\begin{aligned}
\mathcal{P}_i(\tilde{\beta}/\kappa, c, \delta) &= \Pr ob \left\{ A(\tilde{\beta}, \kappa, c, \delta) / \left[G_i(\tilde{\beta}, \kappa, c, \delta) \right]^{1/2} > \lambda_{1-\mu}(\kappa) \right\} \\
i &= NW, H
\end{aligned}$$

où $\lambda_{1-\mu}(\kappa)$ désigne le quantile d'ordre $1 - \mu$ de l'une des lois limites définies en (6) et (7).

3.1.2 Cas particulier: $\kappa = 0$

On s'intéresse maintenant au cas où $K/T \rightarrow 0$. Nous accordons une attention particulière à ce cas parce qu'il ne peut pas s'interpréter comme le cas classique où K est fixe, sauf si $K = 1$. Les exemples qui suivent illustrent notre propos.

Exemple 1 : Pour $K = 1$ (rendements d'une période de longueur h), on considère la régression :

$$R_t = \beta(1)X_{t-1} + \hat{\varepsilon}_t$$

Sous l'alternative locale $\beta = \tilde{\beta}/T$, on a :

$$T\widehat{\beta}(1) \Rightarrow \widetilde{\beta} + \frac{1}{\sqrt{\tau}} \frac{\sqrt{1-\delta^2} \int_0^1 J_1(r) dW_1(r) + \delta \int_0^1 J_1(r) dW_2(r)}{\int_0^1 J_1^2(r) dr} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} t_{\widehat{\beta}(1)} \Rightarrow & \widetilde{\beta} \sqrt{\tau} \left[\int_0^1 J_1^2(r) dr \right]^{1/2} \\ & + \frac{\sqrt{1-\delta^2} \int_0^1 J_1(r) dW_1(r) + \delta \int_0^1 J_1(r) dW_2(r)}{\left[\int_0^1 J_1^2(r) dr \right]^{1/2}} \end{aligned} \quad (11)$$

En posant $\widetilde{\beta} = 0$ dans (11), on a sous H_0

$$t_{\widehat{\beta}(1)} \Rightarrow \frac{\sqrt{1-\delta^2} \int_0^1 J_1(r) dW_1(r) + \delta \int_0^1 J_1(r) dW_2(r)}{\left[\int_0^1 J_1^2(r) dr \right]^{1/2}} \quad (12)$$

Remarque 1 : Il est intéressant de noter que l'estimateur $\widehat{\beta}(1)$ est super convergent. La distribution (12) est non standard. C'est une combinaison convexe de la loi normale standard $\int_0^1 J_1(r) dW_2(r) / \left[\int_0^1 J_1^2(r) dr \right]^{1/2}$ [voir Rothenberg et Stock (1993), Elliot et Stock (1994)] et de la distribution $\int_0^1 J_1(r) dW_1(r) / \left[\int_0^1 J_1^2(r) dr \right]^{1/2}$ laquelle représente l'extension au cas quasi-intégré de celle de Dickey et Fuller obtenue pour $c = 0$. La distribution $\int_0^1 J_1(r) dW_1(r) / \left[\int_0^1 J_1^2(r) dr \right]^{1/2}$ a été intensément étudiée, entre autres, par Bobkoski (1983), Chan et Wei (1988), Phillips (1987), Nabeya et Tanaka (1988,1990) et Perron (1989).

Exemple 2 : Pour $K > 1$ mais fixe, on considère dans la régression (2) l'estimateur de $\beta(K)$. On montre alors que sous l'alternative locale $H_1: \{ \beta = \widetilde{\beta}/T \}$

$$T\widehat{\beta}(K) \Rightarrow \widetilde{\beta}K + \frac{1}{\sqrt{\tau}} \sum_{i=1}^K \frac{\int_0^1 J_1(r) dW_{12}^{(i)}(r)}{\int_0^1 J_1^2(r) dr} \quad (13)$$

où les $W_{12}^{(i)}(r)$ sont des mouvements browniens indépendants tirés de $W_{12}(r) = \sqrt{1-\delta^2} W_2(r) + \delta W_1(r)$.

Intéressons-nous maintenant au cas où $K \rightarrow \infty$ et $K/T \rightarrow 0$. Avec un argument asymptotique standard, on montre sous l'alternative locale

$H'_1: \left\{ \beta = \tilde{\beta}/TK^{1/2} \right\}$ que $K^{-1/2} T\hat{\beta}(K)$ converge vers la même distribution que $T\hat{\beta}(1)$. Plus précisément, on a:

$$K^{-1/2}T\hat{\beta}(K) \Rightarrow \tilde{\beta} + \frac{1}{\sqrt{\tau}} \frac{\sqrt{1-\delta^2} \int_0^1 J_1(r)dW_1(r) + \delta \int_0^1 J_1(r)dW_2(r)}{\int_0^1 J_1^2(r)dr}$$

Ce résultat montre que le cas standard K fixe ne peut être résolu de façon strictement identique au cas $K/T \rightarrow 0$. On doit admettre ici qu'en le confondant au cas $K/T \rightarrow 0$ pour de petites valeurs de K , on introduit des distorsions dans le niveau exact du test lesquelles seront négligeables pour K relativement élevé.

3.2 Adéquation des approximations

La table 1.1 présente les quantiles de la distribution asymptotique de la statistique $t_{\beta(K)}^{NW}$ sous l'hypothèse nulle. On y observe les points caractéristiques suivants: - si $\delta = 0$, la distribution limite est symétrique, centrée au point 0 quels que soient c et κ fixés et leptokurtique; cette dernière caractéristique met en évidence l'existence des queues de distributions plus importantes que celles de la loi normale; l'aspect leptokurtique est d'autant significatif que le paramètre κ augmente; similaire effet s'observe avec le paramètre de décentrage c contrastant les résultats de Perron (1991) sur la loi asymptotique de la statistique $T(\hat{\alpha} - \alpha)$ dans le modèle AR(1) quasi-intégré; - si $\delta \neq 0$, la loi limite présente un aspect leptokurtique similaire au cas $\delta = 0$ par rapport auquel on note une translation des fonctions de répartition vers la droite; plus la corrélation δ est forte en module, plus accentué est le déplacement des fonctions de répartition empiriques.

Pour mettre en évidence l'adéquation de l'approximation (6) par rapport aux lois exactes à distance finie, on présente dans la table 1.2 (a) le niveau exact du test utilisant les valeurs critiques asymptotiques correspondant aux niveaux nominaux de 5% et 10%. En général, la loi limite est une bonne approximation de la distribution de la statistique $t_{\beta(K)}^{NW}$ à distance finie et reproduit les différents comportements distributionnels observés en fonction des paramètres dans les petits échantillons. On observe aussi que la convergence est rapide lorsque $\kappa \geq 0.25$ mais lente pour les petites valeurs de κ ($\kappa = 0.05$).

Pour corroborer l'inadéquation de l'approximation normale, on a présenté dans la table 1.2 (b) les niveaux exacts utilisant la valeur cri-

tique de $N(0,1)$ au niveau conventionnel de 5%. On y observe que le test fondé sur les valeurs conventionnelles est trop libéral: par exemple, quand $T = 40$, $c = -5$ et $\delta = 0$, le niveau exact est 10.5% lorsque $\kappa = 0.05$ et 22.1% si $\kappa = 0.25$ contre 14.9% et 29.9% lorsque $\delta = -0.90$.

3.3 Puissance asymptotique

Les figures 1.1 et 1.2 présentent pour un niveau nominal de 5% la fonction puissance de $t_{\beta(K)}^{NW}$ sous des alternatives unilatérales correspondant aux valeurs 0.01, 0.05, 0.125, 0.25 et 0.40 du paramètre d'agrégation κ .

L'examen des figures révèle la forte sensibilité de la fonction puissance par rapport aux différents paramètres, en particulier le paramètre κ . Le point caractéristique important est la similitude observée entre les courbes. En effet, pour tout couple (c, δ) fixe, la puissance est en tout point $g > 0$ une fonction décroissante de κ . Autre point intéressant non reporté est que les graphes des puissances correspondant aux valeurs $\kappa = 0.002$ et 0.0 sont confondus. Comme l'utilisation des valeurs critiques de $\kappa = 0$ introduit de fortes distorsions de niveau contrairement à l'approche $K/T \rightarrow \kappa$, le résultat ci-dessus suggère l'avantage des régressions de K périodes pour les faibles valeurs de κ ($\kappa \leq 0.05$).

4 Statistique du ratio de variance

On s'intéresse dans cette section au test du ratio de variance. Ce test a occupé une part considérable dans la littérature financière des années 1980. Il repose sur l'idée selon laquelle la somme des variances de K rendements identiquement équidistribués de K périodes doit être égale à K fois la variance du processus générant ces rendements. Par conséquent, le rapport de la variance de la somme des K rendements à K fois la variance de la distribution des rendements devrait être égal à un dans la population. Une statistique naturelle de test serait le rapport des estimateurs des variances en question. Ce test a été utilisé, entre autres, par Cochrane(1986) dans le contexte des cycles réels et par Poterba et Summers(1988), Lo et Mackinlay (1989), Faust (1988, 1992) sur les prix des actifs financiers pour tester l'hypothèse de retour à la moyenne "mean reversion". On se place dans le contexte du modèle présenté en (1) et on définit le ratio de variance comme suit:

4.1 Définition

Soit $\{R_t\}$ le processus défini par le modèle (1). On appelle ratio de variance, la statistique $VR(K)$ définie pour $K > 1$, par:

$$VR(K) = \frac{1}{K} \text{var}(R_K(t)) / \text{var}(R(t)) \quad (14)$$

où

$$R_K(t) = \sum_{i=0}^{K-1} R((t-i))$$

$$\text{var}(R_K(t)) = T^{-1} \sum_{t=K-1}^T [R_K(t)]^2$$

$$\text{var}(R(th)) = T^{-1} \sum_{t=1}^T [R(th)]^2$$

L'hypothèse nulle d'intérêt s'écrit maintenant $H_0 : R_t = \varepsilon_t$. Trois hypothèses alternatives sont considérées. La première est $H_1 : R_t = \beta X_{t-1} + \varepsilon_t$ où $\beta = \tilde{\beta}/T$ avec $\tilde{\beta} > 0$. Elle intègre l'effet positif du rapport dividende/Prix sur les rendements.

La deuxième hypothèse alternative H_2 est la version discrète du modèle de Shiller et Perron (1985) qui stipule que le logarithme des prix p_t est un processus de diffusion de type Ornstein - Uhlenbeck . La discrétisation exacte de p_t est le processus AR(1) avec dérive est donnée par:

$$p_t = \eta + \exp(c/T)p_{t-1} + \varepsilon_t \quad (15)$$

où ε_t est une différence de martingale de variance instantanée σ^2 et $\eta = \tilde{\eta}/\sqrt{T}$.

Comme troisième hypothèse alternative H_3 , on suppose que le logarithme des prix a une composante transitoire p_t^a et une composante permanente p_t^b lesquelles sont définies par:

$$p_t^a = \eta^a + \exp(c/T)p_{t-1}^a + u_t \quad (16)$$

$$p_t^b = \eta^b + p_{t-1}^b + v_t \quad (17)$$

où u_t et v_t sont deux différences de martingale indépendantes et $\eta^i = \tilde{\eta}^i/\sqrt{T}$ ($i = a, b$).

Sous H_0 et les alternatives H_j ($j = 1, 2, 3$), on définit par $R_t = p_t - p_{t-1}$ le rendement d'une période de longueur h . On a les résultats suivants:

Proposition 1 : Si $K/T \rightarrow \kappa$ avec $0 < \kappa < 1$, on a sous l'hypothèse nulle H_0 :

$$VR(K) \Rightarrow \frac{1}{\kappa} \int_{\kappa}^1 [W(r) - W(r - \kappa)]^2 dr \quad (18)$$

Sous l'alternative H_1 , on a:

$$VR(K) \Rightarrow \frac{1}{\kappa} \int_{\kappa}^1 \left[\tilde{\beta} \sqrt{\tau} \int_{r-\kappa}^r J_1(s) ds + W_{12}(r) - W_{12}(r - \kappa) \right]^2 dr \quad (19)$$

Sous l'alternative H_2 , on a:

$$VR(K) \Rightarrow \frac{1}{\kappa(1 + \omega^2)} \int_{\kappa}^1 \left[\bar{\eta} + c \int_{r-\kappa}^r J_c(s) ds + W(r) - W(r - \kappa) \right]^2 dr \quad (20)$$

Sous l'alternative H_3 , on a:

$$VR(K) \Rightarrow \frac{1}{\kappa(1 + \bar{\tau})} \int_{\kappa}^1 \left[\bar{\kappa} + c \int_{r-\kappa}^r J_c(s) ds + W_3(r) - W_3(r - \kappa) \right]^2 dr \quad (21)$$

avec

$$\begin{aligned} \bar{\eta} &= \tilde{\eta} \exp(cr) (1 - \exp(-c\kappa)) / c, \\ \bar{\kappa} &= [\kappa \tilde{\eta}^b + \tilde{\eta}^a \exp(cr) (1 - \exp(-c\kappa)) / c] / \sigma^a, \\ \omega &= \tilde{\eta} / \sigma, \\ W_{12}(r) &= \sqrt{1 - \delta^2} W_2(r) + \delta W_1(r), \\ W_3(r) &= W_1(r) + \tau W_2(r), \\ \tau &= \sigma^b / \sigma^a, \\ J_c(s) &= \int_0^s \exp(c(s - u)) dW_2(u), \\ \bar{\tau} &= \tau^2 + [(\tilde{\eta}^b)^2 + (\tilde{\eta}^a)^2 (\exp(2c) - 1) / 2c \\ &\quad + 2\tilde{\eta}^b \tilde{\eta}^a (\exp(c) - 1) / c] / (\sigma^a)^2 \end{aligned}$$

Preuve: La preuve de cette proposition a été volontairement omise. Le lecteur peut se référer à Richardson et Stock (1989) pour une démarche analogue à la nôtre.

Remarque 2 : *La distribution (18) est similaire à celle étudiée par Richardson et Stock (1989); elle diffère néanmoins de la loi limite de ces derniers par le terme $-\kappa W(1)$ en raison de leur hypothèse nulle qui spécifie une moyenne non nulle inconnue pour les rendements. La distribution (18) ne dépend que du paramètre d'agrégation κ ; elle n'est pas gaussienne et contraste avec celle obtenue avec l'approche standard fixant K de Lo et Mackinlay (1989).*

Comme région critique, on a retenu comme Lo et Mackinlay (1989), la région critique bilatérale définie par $\{VR(K) < \lambda_1 \text{ ou } VR(K) > \lambda_2\}$ où λ_1 et λ_2 sont des constantes. Si $\lambda_{\alpha_1}(\kappa)$ et $\lambda_{1-\alpha_2}(\kappa)$ sont les quantiles d'ordre α_1 et $1 - \alpha_2$ de la loi limite (18), la puissance asymptotique du test bilatéral de niveau μ ($\alpha_1 + \alpha_2 = \mu$) fondé sur le ratio de variance est donnée pour tout $g_1 \geq 0$ par:

$$\begin{aligned} \lim_{T, K \rightarrow \infty} P_{T, K}(g_1, \kappa, c) &= \lim_{h \rightarrow 0} \Pr ob \{VR(K) < \lambda_{\alpha_1}(\kappa) \\ &\quad \text{ou } VR(K) > \lambda_{1-\alpha_2}(\kappa)\} \\ &= \Pr ob \{L_1(g_1, \kappa, c, \delta) < \lambda_{\alpha_1}(\kappa) \\ &\quad \text{ou } L_1(g_1, \kappa, c, \delta) > \lambda_{1-\alpha_2}(\kappa)\} \end{aligned}$$

où $L_1(g_1, \kappa, c, \delta)$ est l'une des lois limites obtenues sous les alternative H_1 , H_2 et H_3

Sous les alternatives H_2 et H_3 la puissance dépend du paramètre de décentrage c : lorsque $c = 0$ (les prix logarithmiques sont des marches aléatoires), la puissance asymptotique est égale au niveau du test si $\tilde{\eta} = \tilde{\eta}^a = \tilde{\eta}^b = 0$; sous l'hypothèse H_3 , la puissance dépend aussi du paramètre $\bar{\tau}$ qui se réduit à $(\sigma^b/\sigma^a)^2$ sous la condition $\tilde{\eta} = \tilde{\eta}^a = \tilde{\eta}^b = 0$; $\tau^2 = (\sigma^b/\sigma^a)^2$ correspond au rapport de la variance relative de la marche aléatoire p_t^b à la composante stationnaire p_t^b . À cet effet, on note que si $\tau = 0$ les alternatives H_2 et H_3 conduiront à des puissances identiques toutes choses étant égales par ailleurs; si $\tau > 1$ et suffisamment élevé par rapport à c , la composante permanente serait prépondérante dans les prix et la puissance obtenue sous l'alternative H_3 va tendre vers le niveau. En revanche, si $0 < \tau < 1$, la composante transitoire serait la dominante et il y aura sans doute un gain en puissance relativement au cas $\tau > 1$; cependant, la puissance va baisser en comparaison au cas

$\tau = 0$ en raison de la présence de la composante permanente: [voir aussi Lo et Mackinlay (1989)].

4.2 Expériences de Monte Carlo

Richardson et Stock (1989) ont étudié pour $\kappa = 1/3$ l'adéquation de la variante¹ de la distribution (18) intégrant une moyenne non nulle pour les rendements; ils ont conclu que leur approximation est satisfaisante même dans les échantillons relativement faibles ($T = 60$). Dans cette section, on étudie d'abord l'effet de κ sur la distribution asymptotique de $VR(K)$. On examine ensuite l'adéquation de l'approximation proposée pour toute valeur de $\kappa < 1$. On étudie enfin la puissance asymptotique sous les hypothèses H_1 , H_2 et H_3 .

4.2.1 Effet du paramètre κ sur la distribution asymptotique de $VR(K)$

Comme l'indique la figure 2.1, la distribution limite (18) du ratio de variance $VR(K)$ est aplatie à droite si $\kappa > 0.01$; ce qui confirme les résultats de Poterba et Summers (1988) et ceux de Lo et Mackinlay (1989) obtenus dans le cas standard où K est fixe.

L'effet du paramètre d'agrégation κ sur la distribution limite se caractérise par un déplacement des graphes des fonctions de densité de droite vers la gauche lorsque κ augmente. La conséquence de cette translation est la concentration au point 0 de la loi limite si $\kappa \rightarrow 1$ ou au point 1 si $\kappa \rightarrow 0$.

4.2.2 Adéquation de l'approximation asymptotique

La table 2.1 présente sous l'hypothèse H_0 les quantiles asymptotiques et à distance finie de la distribution de $VR(K)$ pour $\kappa = 0.05, 0.125, 0.25, 0.50$. On y remarque que l'approximation (18) reproduit de façon satisfaisante la loi exacte à distance finie et spécialement pour $T \geq 120$. La qualité de l'approximation est corroborée par les niveaux exacts obtenus avec les valeurs critiques asymptotiques [table 2.2]. Toutefois, on note dans les petits échantillons des distorsions non négligeables dans les extrémités des queues : par exemple pour $T = 40$ et $\kappa = 0.05$ le niveau

¹Richardson et Stock (1989) ont étudié l'adéquation de $\frac{1}{\kappa} \int_{\kappa}^1 [W(r) - W(r - \kappa) - \kappa W(1)]^2 dr$

exact est de 0.5% pour un niveau nominal de 5%. Contrairement à Richardson et Stock (1989) dont l'approximation est satisfaisante pour $T = 60$ et $\kappa = 0.13$, les distorsions de niveau persistent dans notre cas pour $T = 80$ et $\kappa = 0.125$.

Avec l'approximation normale², les travaux de Faust(1988) indiquent que les niveaux exacts du test de ratio de variance sont 0.0 et 1.5% pour des niveaux nominaux de 5% et 10% lorsque $\kappa = 1/6$ et $T = 720$. En comparaison avec l'approche $K/T \rightarrow \kappa$, les distorsions de niveau sont négligeables pour tout $\kappa < 1$ et $T = 720$. On en déduit que l'approximation proposée est meilleure à l'approximation normale.

4.2.3 Puissance asymptotique

La puissance asymptotique du test est déterminée par simulations de 2000 réplifications de Monte Carlo sous les alternatives H_1 , H_2 et H_3 et pour $\kappa = 0.01, 0.05, 0.125, 0.25, 0.50$.

Sous l'hypothèse alternative H_1 , les graphes des puissances sont représentés en fonction de la normalisation $g = \tilde{\beta}\sqrt{\tau}$ dont les valeurs caractérisent l'alternative locale au point 0. Ils sont représentés aussi pour différentes valeurs de c et δ ; ce qui permet d'enrichir l'analyse.

Intéressons-nous d'abord à l'effet du paramètre d'agrégation κ . Pour différentes valeurs de c et δ , on décèle en examinant les figures 2.2, 2.3 et 2.4 l'allure en cloche du graphe de la puissance. En d'autres termes, la puissance croît puis décroît avec un mode $\bar{\kappa}$ qui varie en fonction de g , c et δ . En effet, si X_t est localement stationnaire (resp. intégré ou localement explosif), $\bar{\kappa}$ se situerait quel que soit δ entre 0.25 et 0.50 si $g \in]0, 8]$ (resp. si $g \in]0, 12]$ ou si $g \in]0, 18]$) et entre 0.125 et 0.25 si $g > 8$ (resp. si $g > 12$ ou si $g > 18$). La forte sensibilité de la valeur modale $\bar{\kappa}$ par rapport à c se traduit par une puissance maximale supérieure à 0.75 si $g \geq 8$ et $c \geq 0$. En revanche si $c < 0$ la puissance maximale serait supérieure à 0.75 quand $g \geq 12$ et voisine de 0.50 si $6 < g \leq 8$.

Quand on s'intéresse aux effets de c et δ , on note que la puissance est

²Lo et Mackinlay (1988,1989) montre sous l'hypothèse selon laquelle les rendements sont i.i.d gaussiens que $T^{1/2}(VR(K) - 1) \Rightarrow \mathcal{N}(0, 2(2K - 1)(K - 1)/3K)$. D'après les travaux de ces derniers, cette approximation normale est satisfaisante pour K petit et T relativement grand et moins satisfaisante pour des valeurs élevées de K . Avec l'approche $K/T \rightarrow \kappa$, on obtient $VR(K) \Rightarrow \mathcal{N}(1, 4\kappa/3)$. Cette approximation qui découle de celle de Lo et Mackinlay peut être comparée à l'approximation (18) pour apprécier la qualité de celle-ci.

fortement sensible à c pour κ et δ fixes. La puissance est peu sensible à δ si κ et c sont fixes avec $c \geq 0$. En revanche si c et δ restent fixes avec $c \leq 0$, la puissance diminue lorsque δ croît en module.

Sous les alternatives H_2 et H_3 la puissance est analysée en fonction du paramètre de décentrage c et du paramètre τ lequel indique sous l'alternative H_3 en particulier le rapport des écarts-types des composantes permanente et transitoire. Contrairement à l'alternative H_1 , on note [figure 2.5] que la fonction puissance est monotone croissante par rapport au paramètre d'agrégation κ sur $]0,0.50]$; et ce, lorsque $c < 0$. Puisque le module de c s'interprète aussi comme une mesure du délai d'ajustement des prix suite à un choc aléatoire, on note que la puissance est faiblement sensible aux variations de κ et tend vers le niveau nominal du test lorsque les prix retournent lentement à leur moyenne (c tend vers 0). En revanche, plus vite les prix retournent à leur moyenne, mieux l'effet de κ est substantielle. Par exemple pour $c = -16$ et $\kappa = 0.0125$ (resp. 0.25), la puissance est 0.55 (resp. 0.74) sous H_2 ou (H_3 , $\tau = 0$).

Quand τ est non nul, l'interprétation du paramètre c en terme de délai d'ajustement doit se faire avec précaution sous H_3 . Car, comme on l'a déjà souligné si $\tau > 1$ et suffisamment élevé par rapport à c , la composante permanente serait prépondérante dans les prix et la puissance obtenue sous l'alternative H_3 va tendre vers le niveau. En revanche, si $0 < \tau < 1$, la composante transitoire serait la dominante et il y aura sans doute un gain en puissance relativement au cas $\tau > 1$. Malheureusement, les valeurs de $\tau = 0.50$ et 2 retenues ne permettent pas d'observer clairement ce comportement.

5 Implications des théories sur les résultats empiriques de Fama et French (1988b)

Fama et French (1988b) ont estimé pour différentes valeurs de K le coefficient $\beta(K)$ en introduisant une constante dans la régression (2). Les données utilisées sont les prix des portefeuilles construits à partir des données de la bourse de New-York sur la période 1927-1986. Les rendements sont construits par différence des prix logarithmiques; les rendements mensuels, trimestriels et annuels sont obtenus sur des observations non emboîtées et ceux de 2 à 4 ans sur observations emboîtées. Pour les premiers, le mode d'échantillonnage des rendements permet d'éviter le

problème de corrélation des erreurs tandis que pour les rendements de 2 à 4 ans ce problème reste posé. Fama et French utilise l’approche de Hansen et Hodrick (1980) pour ajuster le t-statistique.

Dans cette section, on analyse les implications des théories développées sur les résultats des tables 3 et 4 de Fama et French. Pour ce faire, on a dans une première phase estimé, sur la base des données statistiques contenues dans leurs tables 2 et 6, le coefficient d’autocorrélation δ et le coefficient autorégressif ϕ du processus $AR(1)$ générateur du rapport dividende/prix; dans une seconde phase, on a déterminé par 10000 itérations de Monte Carlo les “p-value” asymptotiques des t-statistiques calculés par Fama et French sur la base des quantiles empiriques de la variante des distributions asymptotiques (6) et (7) intégrant une constante dans le modèle de base.

La table 4 présente un extrait des résultats de Fama et French pour les rendements réels de deux types de portefeuille: “equal-weighted” et “value-weighted”. Elle indique qu’avec la normalité asymptotique, l’hypothèse nulle d’efficience des marchés est rejetée au niveau conventionnel de 5% sur toutes les périodes à l’exception de la sous-période 1927-1956 pour les portefeuilles de type “equal-weighted”. Avec l’approche $K/T \rightarrow \kappa$ les conclusions sont substantiellement différentes pour les portefeuilles de type “equal-weighted”. En effet, avec ladite approche l’examen des “p-value” (voir table 4) montre que l’hypothèse nulle serait toujours rejetée au niveau de 5% pour les portefeuilles “value-weighted”; en revanche elle ne serait pas rejetée avec ce niveau sur les périodes 1927-1986 et 1927-1956 pour les portefeuilles “equal-weighted”. Toutefois sur la période 1927-1986, on pourrait rejeter l’hypothèse nulle d’efficience des marchés au niveau de 10%.

Les conclusions auxquelles on parvient avec le niveau conventionnel de 5% tendent à ne pas soutenir notamment sur la période 1927-1986, l’évidence empirique de Fama et French (1988b) en faveur du pouvoir de prédiction du rapport dividende/prix sur les rendements réels des portefeuilles de type “equal-weighted”. Avec la même approche Richardson et Stock (1989) trouvent aussi que les évidences en faveur du retour à la moyenne des prix sont moins marquées sur la période 1926-1985 avec les résultats empiriques de Fama et French (1988a). En somme, l’approche $K/T \rightarrow \kappa$ suggère d’interpréter avec précaution les évidences empiriques antérieures en ce qui concerne le retour à la moyenne des prix sur longue période.

6 Conclusion

Nous avons étudié les propriétés statistiques des tests usuels de marché efficient dans le cas particulier des rendements de long terme en supposant que $K/T \rightarrow \kappa$. Sous l'hypothèse nulle, les distributions asymptotiques obtenues sont non-standards. Elles remettent en cause la normalité asymptotique du ratio de variance et sont satisfaisantes à distance finie du point de vue du niveau des tests corroborant ainsi les travaux de Richardson et Stock (1989). En revanche, sous l'hypothèse alternative selon laquelle le rapport dividende/prix a un effet positif sur les rendements excédentaires, les comportements suivant les valeurs de κ du graphe de la fonction puissance s'opposent d'une statistique à l'autre. Avec le ratio de variance, la puissance augmente avec κ et renchérit l'avantage de l'approche $K/T \rightarrow \kappa$ par rapport à la méthode classique fixant K . Par contre, avec le t-statistique la puissance décroît avec κ . Etant donné la perte considérable de puissance observée, l'utilisation de cette dernière statistique n'est pas recommandée dans le contexte des rendements de long terme.

References

- [1] Andrews, W. K et J. C. Monahan (1992): “An Improved Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix Estimator,” *Econometrica*, 60,953-966.
- [2] Bachelier, L. (1900): “Théorie de la Spéculation,” *Annales Scientifiques de l’Ecole Normale Supérieure*, 17, 21-86.
- [3] Bahadur, R. R. (1960): “Stochastic Comparison of Tests,” *Annals of Mathematical Statistics*, 31, 276-294.
- [4] Billingsley, P. (1968): “Convergence of Probability Measure,” New York: John Wiley.
- [5] Campbell, J. et R. J. Shiller (1988): “The Dividend-Price Ratio and Expectations of Future Dividends and Discount Factors,” *Review of Financial Studies*, 1, 195-228.
- [6] Campbell, J. (1993): “Why Long Horizon? A Study of Power Against Persistent Alternatives,” *unpublished paper*.
- [7] Cavanagh, C. L., Elliot, G. et J. H. Stock (1995): “Inference in Models With Nearly Integrated Regressors,” *Econometric Theory*, 11, 1131-1147.
- [8] Cochrane, J. H. (1986): “How Big is The Random Walk in GNP?,” *Journal of Political Economy*, 96, 893-920.
- [9] Cochrane, J. H. (1991): “Volatility Tests and Efficient Markets: A Review Essay,” *Journal of Monetary Economics*, 27, 463-484.
- [10] Davidson, T. (1992): “A Central Limit Theorem for Globally Non-stationary Near-Epoch Dependent Functions of Mixing Processes,” *Econometric Theory*, 8, 313-329.
- [11] Elliott, G. et J. H. Stock (1994): “Inference in Time Series Regression When The Order of Integration of a Regressor is Unknown,” *Econometric Theory*, 10, 672-700.

- [12] Fama, E. F. (1965): "The Behavior of Stock Market Prices," *Journal of Business*, 38, 34-105.
- [13] Fama, E. F. (1970): "Efficient Capital Markets Price: A Review of Theory and Empirical Work," *The Journal of Finance*, 25, 383-417.
- [14] Fama, E. et K. R. French (1988a): "Permanent and Temporary Components of Stock Prices," *Journal of Political Economy*, 96, 246-273.
- [15] Fama, E. et K. R. French (1988b): "Dividend Yields and Expected Stock Returns," *Journal of Financial Economics*, 22, 3-24.
- [16] Fama, E. F. (1991): "Efficient Capital Markets: II," *The Journal of Finance*, 46 (5), 1575-1617.
- [17] Faust, J. (1988): "The Variance Ratio Test: Statistical Properties and Implementation," *Working paper*, Federal Reserve Bank of Kansas City, RWP 88-08.
- [18] Faust, J. (1992): "When are Variance Ratio Tests for Serial Dependence Optimal?," *Econometrica*, 60, 1215-1226.
- [19] Fisher, L. (1966): "Some New Stock Market Indexes," *Journal of Business*, 39, 191-225.
- [20] Geweke, J. (1981): "The Approximate Slope of Econometric Tests," *Econometrica*, 49, 1427-1442.
- [21] Hall, P. et C. C. Heyde (1980): "Martingale Limit Theory and its Application," Academic Press, New York, NY.
- [22] Hansen, B. E. (1995): "Rethinking The Univariate Approach To Unit Root Testing," *Econometric Theory*, 11, 1148-1171.
- [23] Hansen, L. P. et R. J. Hodrick (1980): "Forward Exchange Rates as Optimal Predictors of Future Spot Rates: An Econometric Analysis," *Journal of Political Economy*, 88, 829-853.
- [24] Herrndorf, N. (1984): "A Functional Central Limite Theorem for Weakly Dependent Sequences of Random Variables," *Annals of Probability*, 12, 141-153.

- [25] Lo, A. W. et A. C. Mackinlay (1988): "Stock Market Prices do not Follow Random Walks: Evidence from a Simple Specification Test," *Review of Financial Studies*, 1, 41-66.
- [26] Lo, A. W. et A. C. Mackinlay (1989): "The Size and Power of The Variance Ratio Test in Finite Samples: A Monte Carlo Investigation," *Journal of Econometrics*, 40, 203-238.
- [27] Newey, W. K. et K. D. West (1987): "Automatic Lag Selection in Covariance Matrix Estimation," *Review of Economic Studies*, 61, 631-653.
- [28] Newey, W. K. et K. D. West (1994): "A Simple, Positive Semi-Definite, Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix," *Econometrica*, 55, 703-708.
- [29] Perron, P. (1991a): "A Continuous Time Approximation to the Unstable First-Order Autoregressive Process: The Case Without an Intercept," *Econometrica*, 59, 211-236.
- [30] Perron, P. (1991b): "A Continuous Time Approximation to the Stationary First-Order Autoregressive Model," *Econometric Theory*, 7, 236-252.
- [31] Phillips, P. C. B. (1985): "Time Series Regression With Unit Roots," *Econometrica*, 55, 277-301.
- [32] Phillips, P. C. B. (1986): "Understanding Spurious Regressions in Econometrics," *Journal of Econometrics*, 33, 311-340.
- [33] Phillips, P. C. B. et S. N. Durlauf (1986): "Multiple Time Series Regression With Integrated Process," *Review of Economic Studies*, 53, 473-495.
- [34] Phillips, P. C. B. (1987): "Towards a Unified Asymptotic Theory for Autoregression," *Biometrika*, 74, 535-547.
- [35] Phillips, P. C. B. (1988): "Regression Theory for Near Integrated Time Series," *Econometrica*, 56, 1021-1043.
- [36] Poterba M. J. et H. L. Summers (1988): "Mean Reversion in Stock Prices: Evidence and Implications," *Journal of Financial Economics*, 22, 27-59.

- [37] Richardson, M. et J. H. Stock (1989): "Drawing Inference From Statistics Based on Multiyear Asset Return," *Journal of Financial Economics*, 25, 323-348.
- [38] Richardson, M. et T. Smith (1991): "Robust Power Calculations with Tests for Serial Correlation in Stock Returns," *unpublished paper*, University of Pennsylvania et Duke University.
- [39] Rozeff, M. (1984): "Dividend Yields are Equity Risk Premiums," *Journal of Portfolio Management*, 11, 68-75.
- [40] Shiller, R. J. (1984): "Stock Prices and Social Dynamics," *Brookings Papers on Economic Activity*, 2, 457-510.
- [41] Shiller, R. J. et P. Perron (1985): "Testing The Random Walk Hypothesis: Power versus Frequency of Observation," *Economics Letters*, 18, 381-386.
- [42] Summers, L. H. (1986): "Does the Stock Market Rationally Reflect Fundamental Values?," *Journal of Finance*, 41, 541-601.
- [43] Wooldridge, J. M. et H. White (1988): "Some Invariance Principles and Central Limit Theorems for Dependent Heterogeneous Process," *Econometric Theory*, 4, 210-230.

Table 1.1: Quantiles de la distribution asymptotique de la statistique $t_{\beta(K)}^{NW}$ sous l'hypothèse nulle

Modèle: $R_t = \beta X_{t-1} + \varepsilon_t$ $X_t = \exp(c/T) X_{t-1} + v_t$

Régression: $\sum_{i=0}^{K-1} R_{t-i} = \beta(K) X_{t-1} + \xi_t(K)$

Hypothèses: $H_0 : \beta(K) = 0$ $H_a : \beta(K) > 0$

	1%	2.5%	5%	10%	50%	90%	95%	97.5%	99%
$\delta = 0.0$									
c=-5									
$\kappa=0.0500$	-3.633	-3.011	-2.388	-1.787	0.023	1.870	2.435	2.958	3.618
0.0625	-3.880	-3.087	-2.484	-1.863	0.024	1.865	2.457	3.049	3.813
0.1250	-5.149	-4.002	-3.125	-2.301	-0.037	2.150	3.034	3.905	5.006
0.2500	-8.400	-6.073	-4.509	-3.118	0.005	3.134	4.313	5.638	7.756
0.4000	-20.478	-14.779	-10.758	-6.883	0.115	7.095	10.471	14.944	20.514
c=0									
$\kappa=0.0500$	-3.677	-2.953	-2.388	-1.787	0.035	1.856	2.417	2.957	3.654
0.0625	-4.134	-3.200	-2.536	-1.880	0.003	1.896	2.511	3.093	3.705
0.1250	-5.244	-3.922	-3.145	-2.301	-0.008	2.221	3.126	3.951	5.056
0.2500	-9.229	-6.707	-4.885	-3.408	-0.044	3.423	4.871	6.507	8.925
0.4000	-25.349	-17.474	-13.022	-8.548	0.143	8.662	12.637	18.037	25.841
c=2									
$\kappa=0.0500$	-3.775	-2.982	-2.442	-1.809	0.029	1.841	2.424	3.000	3.729
0.0625	-4.188	-3.261	-2.624	-1.950	0.001	1.897	2.571	3.154	3.910
0.1250	-5.440	-4.151	-3.247	-2.327	0.013	2.289	3.201	4.098	5.479
0.2500	-9.699	-6.767	-5.035	-3.478	-0.059	3.535	5.302	6.939	9.666
0.4000	-25.360	-18.379	-13.511	-8.897	0.150	9.009	13.284	18.407	27.220
$\delta = -0.50$									
c=-5									
$\kappa=0.0500$	-3.399	-2.697	-2.160	-1.582	0.196	2.064	2.630	3.288	3.937
0.0625	-3.325	-2.706	-2.206	-1.616	0.214	2.085	2.766	3.368	4.184
0.1250	-4.569	-3.501	-2.694	-1.946	0.167	2.440	3.381	4.226	5.575
0.2500	-7.244	-5.173	-3.837	-2.609	0.265	3.523	5.071	6.653	9.093
0.4000	-19.338	-13.991	-9.817	-6.281	0.551	7.921	12.078	16.575	22.042
c=0									
$\kappa=0.0500$	-3.392	-2.654	-2.097	-1.526	0.295	2.136	2.780	3.369	4.088
0.0625	-3.504	-2.797	-2.216	-1.593	0.323	2.223	2.891	3.486	4.287
0.1250	-4.607	-3.462	-2.709	-1.915	0.256	2.651	3.575	4.478	5.936
0.2500	-7.983	-5.601	-4.149	-2.787	0.309	3.914	5.668	7.691	10.467
0.4000	-21.765	-15.314	-11.392	-7.434	0.641	10.572	15.614	21.277	29.401

Table 1.1: Quantiles de la distribution asymptotique de la statistique $t_{\beta(K)}^{NW}$
Régression: $\sum_{i=0}^{K-1} R_{t-i} = \beta(K)X_{t-1} + \xi_t(K)$
(Suite)

	1%	2.5%	5%	10%	50%	90%	95%	97.5%	99%
c=2									
$\kappa = 0.0500$	-3.610	-2.823	-2.235	-1.576	0.284	2.192	2.818	3.439	4.223
0.0625	-3.826	-3.057	-2.340	-1.673	0.317	2.292	2.931	3.513	4.247
0.1250	-5.277	-3.842	-2.968	-2.075	0.284	2.758	3.774	4.712	6.125
0.2500	-8.606	-5.974	-4.481	-3.015	0.293	4.046	5.913	8.313	11.270
0.4000	-22.317	-16.250	-11.588	-7.689	0.672	11.147	16.731	23.400	32.568
$\delta = -0.90$									
c=-5									
$\kappa = 0.0500$	-2.962	-2.365	-1.926	-1.422	0.331	2.226	2.821	3.416	4.121
0.0625	-3.044	-2.417	-1.931	-1.388	0.346	2.296	2.994	3.715	4.489
0.1250	-3.888	-2.980	-2.284	-1.612	0.364	2.708	3.601	4.558	5.750
0.2500	-6.446	-4.404	-3.227	-2.150	0.529	3.907	5.312	7.072	9.442
0.4000	-17.317	-12.440	-9.039	-5.818	0.935	8.345	11.997	16.604	23.593
c=0									
$\kappa = 0.0500$	-3.066	-2.446	-1.949	-1.320	0.542	2.385	2.950	3.507	4.266
0.0625	-3.342	-2.547	-1.993	-1.364	0.583	2.479	3.123	3.778	4.636
0.1250	-4.313	-3.217	-2.447	-1.652	0.567	2.975	3.923	4.903	6.173
0.2500	-7.017	-4.977	-3.691	-2.440	0.713	4.575	6.357	8.218	11.584
0.4000	-18.746	-13.518	-9.762	-6.604	1.060	12.195	18.277	25.702	35.926
c=2									
$\kappa = 0.0500$	-3.473	-2.669	-2.097	-1.488	0.518	2.574	3.167	3.714	4.422
0.0625	-3.684	-2.820	-2.234	-1.553	0.560	2.715	3.310	3.893	4.639
0.1250	-4.884	-3.671	-2.829	-1.952	0.562	3.339	4.351	5.300	6.566
0.2500	-7.553	-5.594	-4.135	-2.776	0.632	5.109	7.147	9.317	12.872
0.4000	-20.474	-14.650	-10.351	-6.851	0.954	13.983	20.995	29.103	42.295

Table 1.2 (a): Niveaux exacts du test fondé sur la statistique $t_{\beta(K)}^{NW}$ utilisant les valeurs critiques asymptotiques au niveau nominal μ
Hypothèses: $H_0 : \beta(K) = 0$ $H_a : \beta(K) > 0$

	$\delta = 0.00$			$\delta = -0.50$			$\delta = -0.90$		
	c=-5	c=0	c=2	c=-5	c=0	c=2	c=-5	c=0	c=2
$\mu = 0.05$									
$\kappa = 0.05$									
T= 20	0.014	0.014	0.014	0.011	0.008	0.011	0.006	0.006	0.005
40	0.040	0.041	0.045	0.037	0.039	0.041	0.034	0.036	0.037
60	0.041	0.042	0.042	0.045	0.038	0.041	0.041	0.040	0.041
100	0.046	0.045	0.045	0.050	0.045	0.044	0.045	0.051	0.048
200	0.040	0.049	0.052	0.051	0.044	0.048	0.049	0.048	0.054
$\kappa = 0.25$									
T= 20	0.049	0.047	0.040	0.042	0.045	0.046	0.041	0.043	0.043
40	0.051	0.050	0.044	0.045	0.049	0.048	0.052	0.050	0.047
60	0.053	0.053	0.043	0.047	0.049	0.050	0.050	0.048	0.049
100	0.054	0.048	0.044	0.049	0.052	0.051	0.053	0.053	0.048
200	0.054	0.052	0.045	0.050	0.053	0.053	0.052	0.051	0.051
$\kappa = 0.40$									
T= 40	0.049	0.046	0.048	0.044	0.047	0.043	0.046	0.047	0.046
60	0.052	0.051	0.047	0.048	0.049	0.049	0.049	0.048	0.045
100	0.049	0.050	0.051	0.044	0.047	0.048	0.046	0.046	0.044
200	0.049	0.051	0.049	0.046	0.047	0.042	0.048	0.048	0.044
$\mu = 0.10$									
$\kappa = 0.05$									
T= 20	0.042	0.040	0.042	0.034	0.034	0.035	0.021	0.020	0.023
40	0.081	0.086	0.090	0.081	0.087	0.088	0.073	0.078	0.083
60	0.085	0.086	0.090	0.087	0.086	0.085	0.081	0.080	0.085
100	0.096	0.089	0.092	0.092	0.093	0.092	0.092	0.092	0.096
200	0.095	0.094	0.096	0.094	0.095	0.096	0.095	0.094	0.105
$\kappa = 0.10$									
T= 20	0.090	0.090	0.088	0.091	0.100	0.098	0.083	0.091	0.090
40	0.098	0.100	0.101	0.100	0.106	0.102	0.096	0.104	0.097
60	0.100	0.098	0.096	0.096	0.103	0.104	0.092	0.097	0.098
100	0.100	0.097	0.098	0.100	0.108	0.104	0.102	0.104	0.096
200	0.100	0.093	0.098	0.103	0.105	0.108	0.098	0.098	0.104
$\kappa = 0.40$									
T=40	0.093	0.090	0.094	0.095	0.093	0.091	0.095	0.100	0.094
60	0.101	0.097	0.096	0.099	0.096	0.098	0.097	0.097	0.093
100	0.095	0.094	0.093	0.094	0.092	0.093	0.090	0.093	0.089
200	0.093	0.096	0.094	0.096	0.094	0.095	0.092	0.098	0.090

Table 1.2 (b): Niveaux exacts du test fondé sur la statistique $t_{\beta(K)}^{NW}$ utilisant les valeurs critiques de $N(0,1)$ au niveau nominal μ
Hypothèses: $H_0 : \beta(K) = 0$ $H_a : \beta(K) > 0$

	$\delta = 0.00$			$\delta = -0.50$			$\delta = -0.90$		
	c=-5	c=0	c=2	c=-5	c=0	c=2	c=-5	c=0	c=2
$\mu = 0.05$									
$\kappa = 0.05$									
T= 20	0.061	0.059	0.061	0.070	0.084	0.091	0.070	0.093	0.134
40	0.105	0.110	0.114	0.134	0.152	0.162	0.149	0.186	0.226
60	0.114	0.109	0.112	0.136	0.150	0.159	0.156	0.189	0.232
100	0.123	0.114	0.115	0.147	0.160	0.165	0.168	0.205	0.241
200	0.124	0.120	0.119	0.145	0.165	0.169	0.174	0.209	0.243
$\kappa = 0.25$									
T= 20	0.216	0.225	0.234	0.251	0.284	0.293	0.282	0.339	0.354
40	0.221	0.239	0.245	0.261	0.292	0.297	0.299	0.350	0.369
60	0.222	0.236	0.244	0.263	0.288	0.292	0.291	0.343	0.360
100	0.223	0.234	0.239	0.263	0.285	0.289	0.300	0.345	0.364
200	0.222	0.230	0.237	0.264	0.288	0.294	0.295	0.351	0.361
$\kappa = 0.40$									
T=40	0.332	0.360	0.372	0.379	0.408	0.414	0.425	0.457	0.458
60	0.339	0.365	0.372	0.383	0.410	0.413	0.425	0.452	0.454
100	0.332	0.354	0.365	0.372	0.400	0.406	0.423	0.451	0.454
200	0.337	0.366	0.373	0.387	0.413	0.415	0.431	0.455	0.455

Table 1.3: Niveaux asymptotiques du test fondé sur la statistique $t_{\beta(K)}^{NW}$ utilisant les valeurs critiques obtenues pour $\kappa = 0$
Hypothèses: $H_0 : \beta(K) = 0$ $H_a : \beta(K) > 0$

	1%	2.5%	5%	10%	90%	95%	97.5%	99%
$\delta = 0.0$								
c=-5								
$\kappa=0.0500$	0.058	0.089	0.128	0.185	0.827	0.885	0.917	0.946
0.1250	0.087	0.121	0.156	0.213	0.774	0.830	0.867	0.902
0.2500	0.154	0.187	0.224	0.273	0.731	0.781	0.814	0.846
c=0								
$\kappa=0.0500$	0.056	0.086	0.126	0.185	0.828	0.882	0.917	0.947
0.1250	0.094	0.125	0.162	0.216	0.778	0.833	0.871	0.902
0.2500	0.167	0.199	0.232	0.278	0.715	0.762	0.798	0.833
$\delta = -0.50$								
c=-5								
$\kappa=0.0500$	0.065	0.101	0.137	0.196	0.835	0.888	0.921	0.951
0.1250	0.101	0.135	0.168	0.225	0.793	0.847	0.885	0.919
0.2500	0.171	0.209	0.241	0.290	0.754	0.800	0.835	0.870
c=0								
$\kappa=0.0500$	0.065	0.098	0.137	0.200	0.839	0.891	0.924	0.952
0.1250	0.109	0.144	0.180	0.238	0.798	0.851	0.885	0.917
0.2500	0.182	0.220	0.258	0.304	0.746	0.793	0.824	0.858
$\delta = -0.90$								
c=-5								
$\kappa=0.0500$	0.075	0.108	0.149	0.207	0.840	0.891	0.927	0.955
0.1250	0.116	0.150	0.193	0.250	0.818	0.868	0.904	0.931
0.2500	0.198	0.236	0.279	0.328	0.786	0.832	0.864	0.890
c=0								
$\kappa=0.0500$	0.093	0.127	0.164	0.212	0.836	0.892	0.923	0.952
0.1250	0.163	0.192	0.227	0.268	0.796	0.852	0.886	0.914
0.2500	0.249	0.272	0.299	0.335	0.745	0.791	0.825	0.860

**Table 2.1: Quantiles de la distribution du ratio de variance VR(K)
sous l'hypothèse nulle**

$$VR(K) = K^{-1} \sum_{t=K-1}^T \left[\sum_{i=0}^{K-1} R_{t-i} \right]^2 / \sum_{t=1}^T R_t^2$$

$H_0 : R_t = \varepsilon_t$

	1%	2.5%	5%	10%	50%	90%	95%	97.5%	99%
$\kappa=0.05$									
T= 40	0.620	0.675	0.720	0.775	0.974	1.176	1.234	1.276	1.331
80	0.558	0.609	0.657	0.717	0.952	1.237	1.327	1.397	1.500
120	0.531	0.588	0.631	0.691	0.944	1.246	1.342	1.430	1.530
180	0.512	0.566	0.617	0.679	0.939	1.256	1.359	1.448	1.577
360	0.503	0.554	0.603	0.663	0.930	1.264	1.387	1.490	1.621
720	0.502	0.550	0.597	0.661	0.929	1.281	1.388	1.495	1.645
∞	0.487	0.534	0.588	0.654	0.920	1.272	1.390	1.503	1.630
$\kappa=0.125$									
T= 40	0.334	0.389	0.442	0.521	0.856	1.333	1.486	1.628	1.804
80	0.310	0.360	0.417	0.493	0.839	1.355	1.557	1.727	1.945
120	0.304	0.357	0.414	0.484	0.828	1.361	1.541	1.730	1.948
180	0.299	0.352	0.405	0.479	0.832	1.364	1.553	1.729	1.947
360	0.293	0.346	0.393	0.463	0.815	1.371	1.566	1.782	2.017
720	0.288	0.343	0.391	0.464	0.816	1.369	1.579	1.769	2.027
∞	0.281	0.333	0.382	0.450	0.811	1.373	1.570	1.762	2.024
$\kappa=0.250$									
T= 40	0.164	0.201	0.240	0.302	0.671	1.369	1.647	1.880	2.170
80	0.155	0.193	0.232	0.291	0.663	1.380	1.665	1.984	2.352
120	0.151	0.185	0.224	0.282	0.650	1.377	1.656	1.939	2.312
180	0.147	0.185	0.227	0.284	0.646	1.390	1.661	1.928	2.274
360	0.144	0.178	0.218	0.277	0.638	1.391	1.685	1.995	2.404
720	0.138	0.174	0.216	0.277	0.640	1.391	1.682	1.960	2.346
∞	0.137	0.174	0.211	0.270	0.630	1.376	1.655	1.972	2.292
$\kappa=0.50$									
T= 40	0.046	0.060	0.080	0.108	0.366	1.164	1.521	1.871	2.336
80	0.045	0.059	0.075	0.104	0.354	1.136	1.542	1.928	2.440
120	0.044	0.057	0.073	0.101	0.349	1.136	1.496	1.887	2.418
180	0.044	0.057	0.074	0.103	0.350	1.114	1.460	1.823	2.337
360	0.043	0.056	0.073	0.099	0.338	1.111	1.490	1.865	2.388
720	0.042	0.057	0.072	0.098	0.344	1.134	1.504	1.915	2.417
∞	0.040	0.055	0.071	0.098	0.342	1.093	1.475	1.861	2.297

Les quantiles sont obtenus par 10000 réplifications de Monte Carlo

Table 2.2: Niveaux exacts du test fondé sur le ratio de variance utilisant les valeurs critiques asymptotiques

	1%	2.5%	5%	10%	90%	95%	97.5%	99%
$\kappa=0.05$								
T=40	0.001	0.002	0.005	0.018	0.973	0.997	1.000	1.000
80	0.002	0.006	0.018	0.048	0.924	0.973	0.991	0.997
120	0.003	0.011	0.025	0.066	0.917	0.964	0.987	0.996
180	0.005	0.016	0.034	0.076	0.909	0.960	0.983	0.994
360	0.006	0.017	0.043	0.091	0.904	0.951	0.978	0.991
720	0.006	0.019	0.044	0.092	0.896	0.950	0.976	0.989
$\kappa=0.125$								
T= 40	0.003	0.009	0.022	0.054	0.917	0.966	0.987	0.998
80	0.005	0.016	0.032	0.069	0.904	0.953	0.978	0.993
120	0.006	0.018	0.035	0.073	0.905	0.955	0.979	0.993
180	0.007	0.018	0.037	0.076	0.903	0.953	0.979	0.993
360	0.008	0.019	0.044	0.090	0.901	0.951	0.974	0.990
720	0.008	0.021	0.046	0.089	0.902	0.948	0.974	0.990
$\kappa=0.25$								
T= 40	0.004	0.013	0.030	0.071	0.901	0.952	0.980	0.993
80	0.006	0.017	0.035	0.080	0.898	0.948	0.975	0.989
120	0.007	0.019	0.041	0.089	0.899	0.950	0.977	0.989
180	0.007	0.021	0.039	0.085	0.896	0.950	0.978	0.991
360	0.008	0.023	0.045	0.095	0.895	0.946	0.974	0.987
720	0.010	0.025	0.047	0.095	0.895	0.946	0.976	0.989
$\kappa=0.50$								
T= 40	0.005	0.019	0.037	0.081	0.886	0.946	0.974	0.989
80	0.006	0.021	0.042	0.090	0.891	0.944	0.972	0.987
120	0.007	0.023	0.047	0.096	0.892	0.948	0.974	0.987
180	0.006	0.022	0.045	0.090	0.896	0.952	0.976	0.989
360	0.008	0.023	0.046	0.099	0.896	0.949	0.975	0.988
720	0.008	0.023	0.048	0.101	0.894	0.947	0.973	0.988

Figure 1.1: Puissance asymptotique du test fonde sur $t_{\beta(\kappa)}$
Niveau nominal $\alpha=0.05$ Alternative H_1

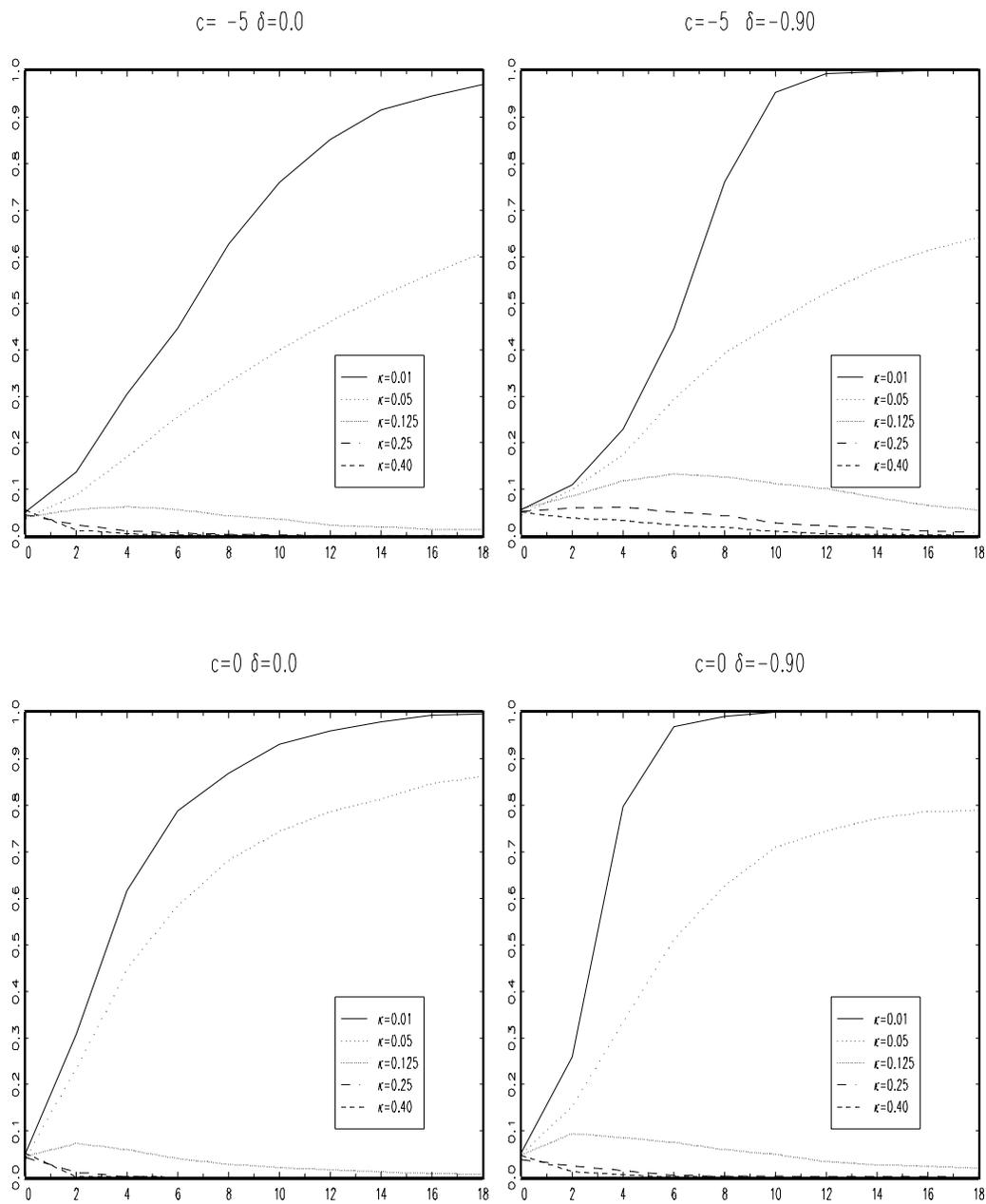


Figure 1.2: Puissance asymptotique du test fonde sur $t_{\beta(\kappa)}$
Niveau nominal $\alpha=0.05$ Alternative H_1

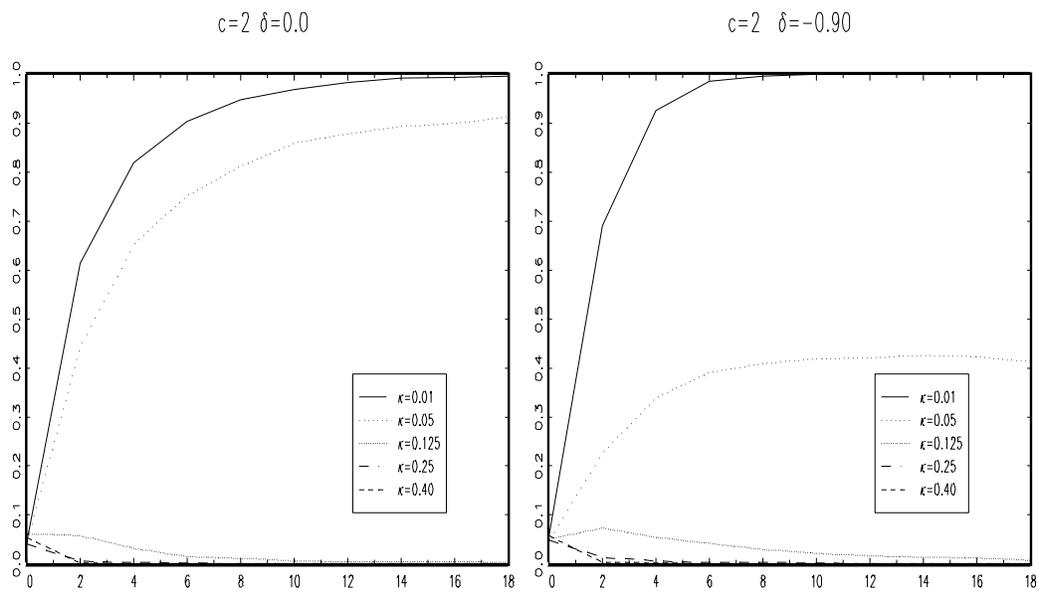


Figure 2.1 : Densité de la distribution asymptotique du ratio de variance

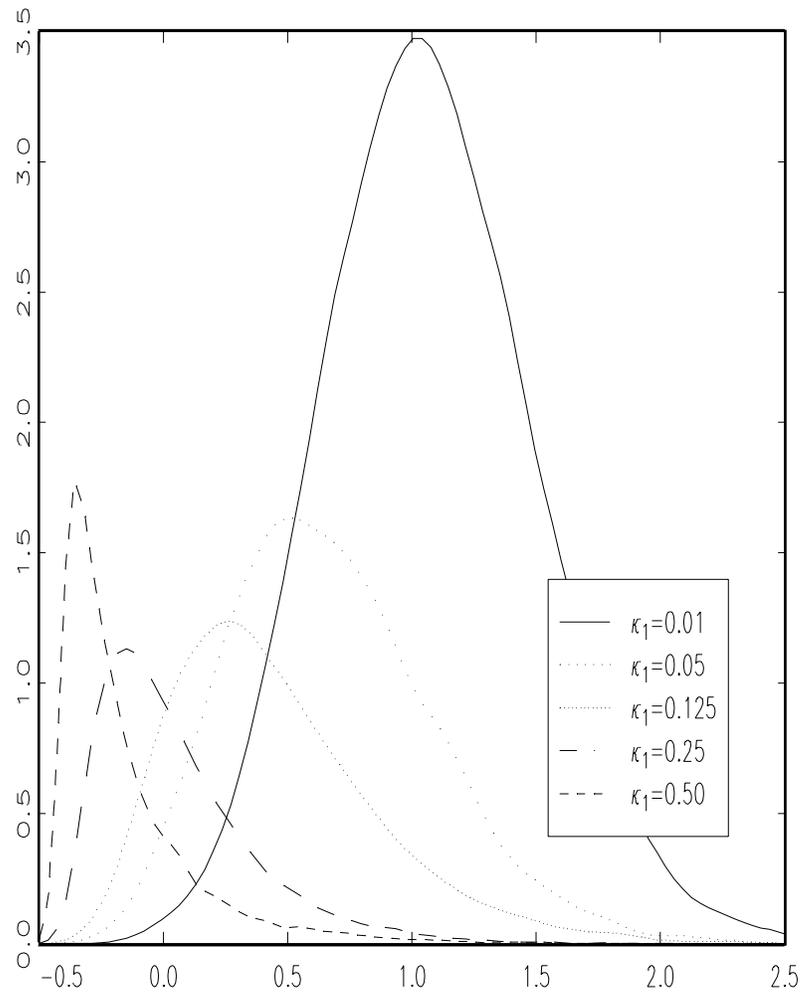


Figure 2.2: Puissance asymptotique du test de ratio de variance
Niveau nominal $\alpha=0.05$ Alternative H_1

$\delta=0.0$

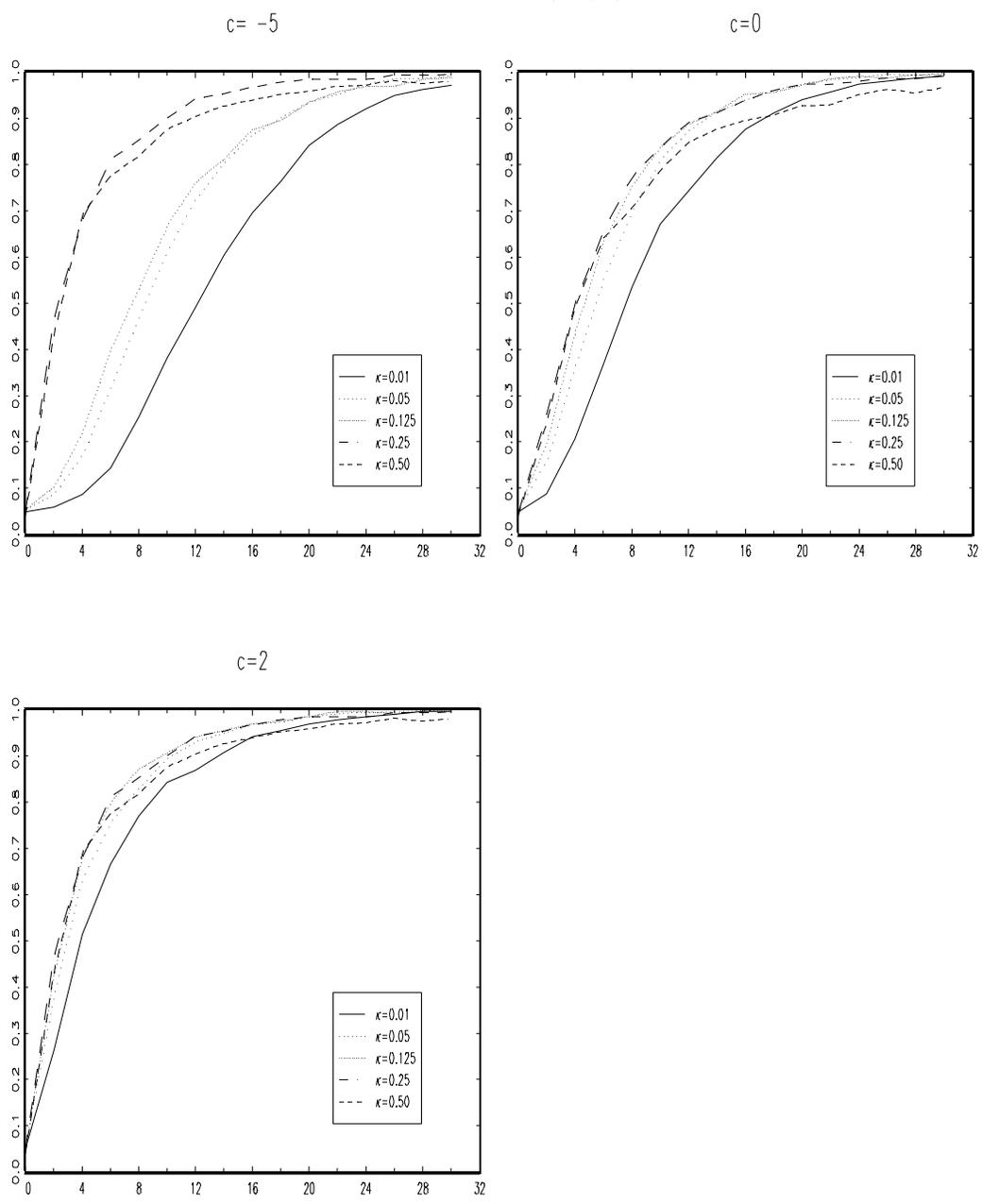


Figure 2.3: Puissance asymptotique du test de ratio de variance
Niveau nominal $\alpha=0.05$ Alternative H_1

$\delta = -0.50$

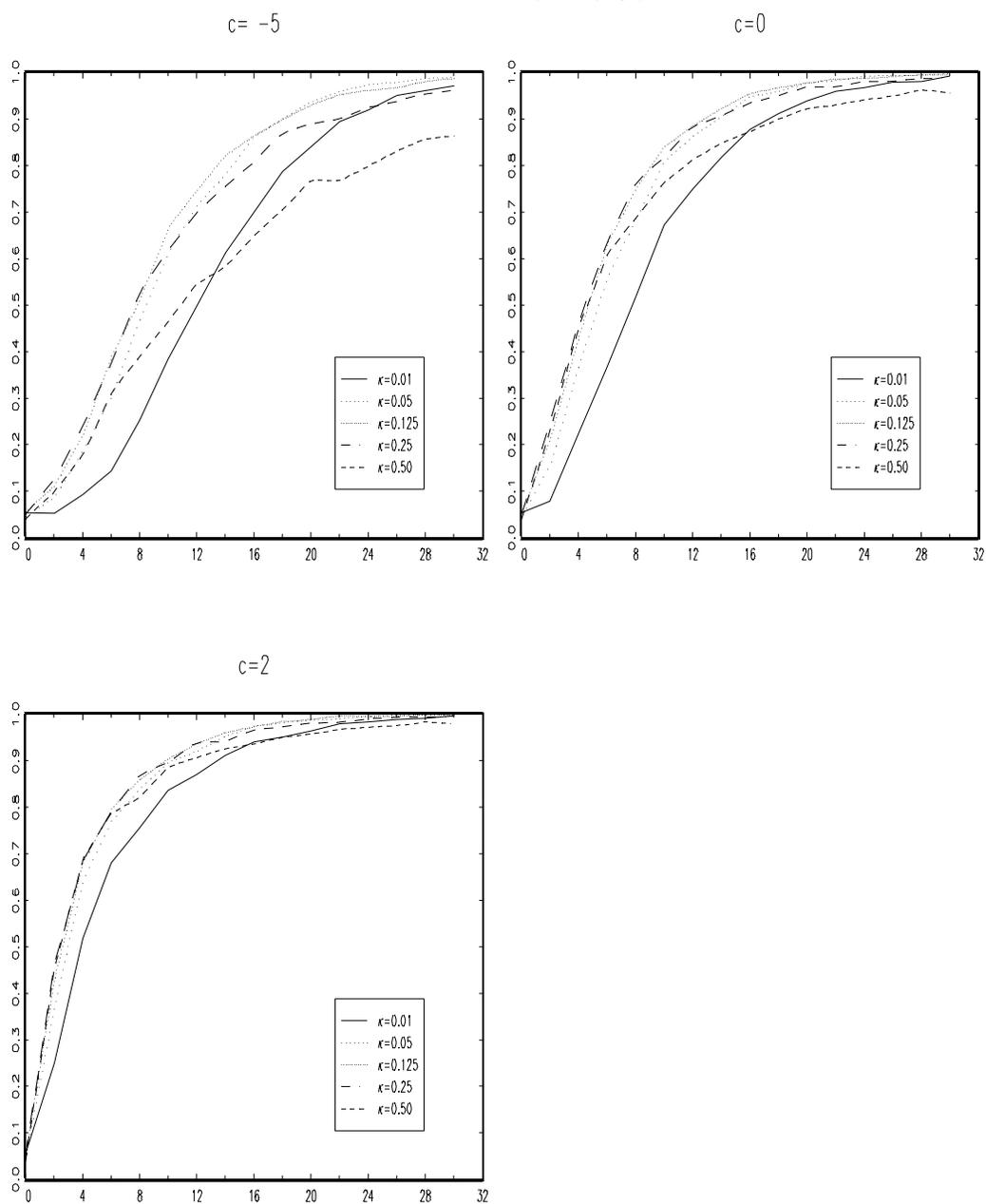


Figure 2.4: Puissance asymptotique du test de ratio de variance
Niveau nominal $\alpha=0.05$ Alternative H_1

$\delta = -0.90$

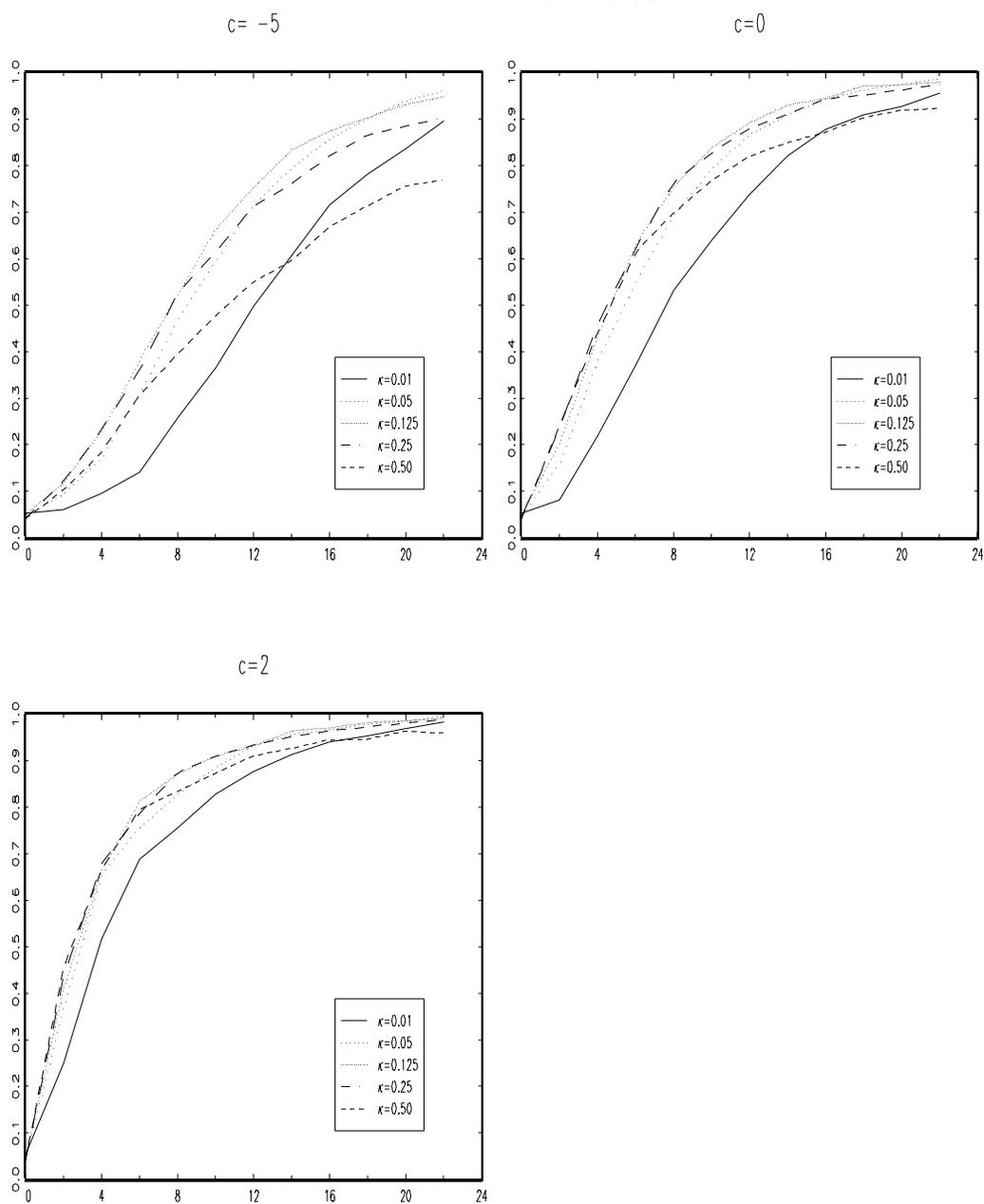
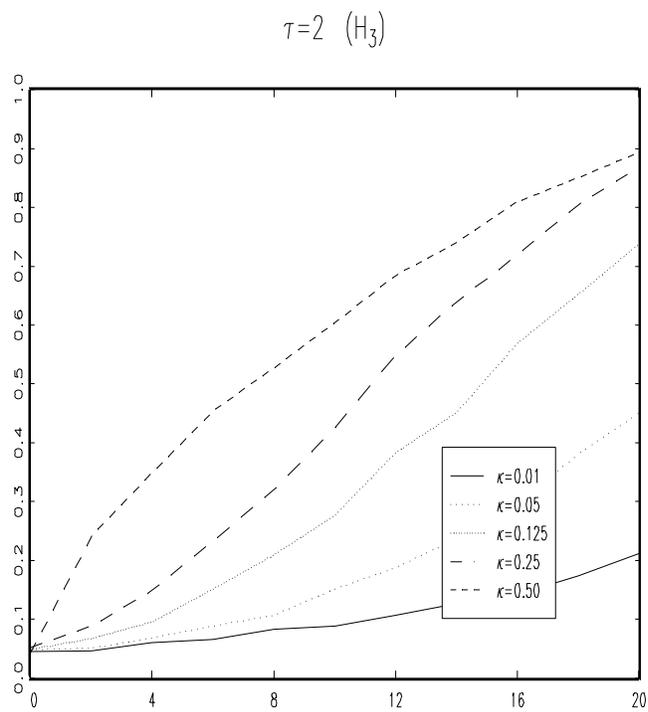
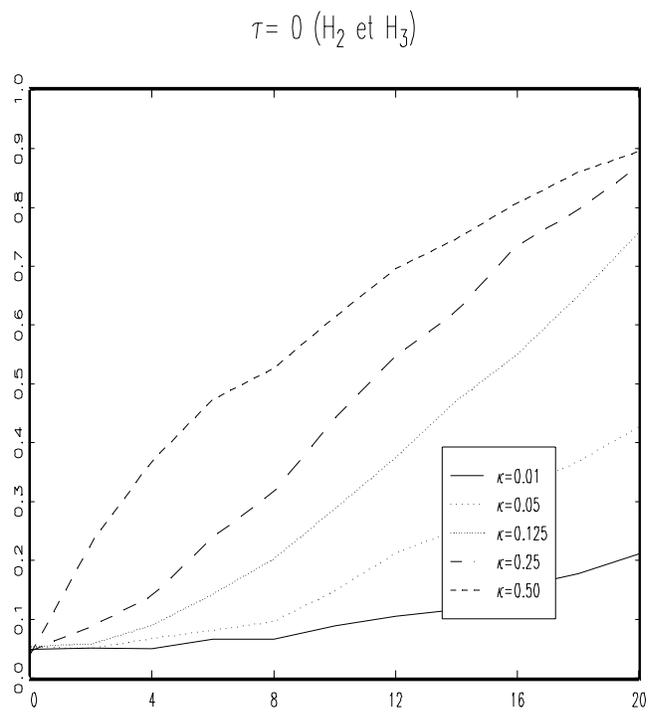


Figure 2.5: Puissance asymptotique du test de ratio de variance
Niveau nominal $\alpha=0.05$



Liste des publications au CIRANO *

Cahiers CIRANO / *CIRANO Papers* (ISSN 1198-8169)

- 96c-1 Peut-on créer des emplois en réglementant le temps de travail ? / Robert Lacroix
- 95c-2 Anomalies de marché et sélection des titres au Canada / Richard Guay, Jean-François L'Her et Jean-Marc Suret
- 95c-1 La réglementation incitative / Marcel Boyer
- 94c-3 L'importance relative des gouvernements : causes, conséquences et organisations alternative / Claude Montmarquette
- 94c-2 Commercial Bankruptcy and Financial Reorganization in Canada / Jocelyn Martel
- 94c-1 Faire ou faire faire : La perspective de l'économie des organisations / Michel Patry

Série Scientifique / *Scientific Series* (ISSN 1198-8177)

- 98s-21 Using a Financial Training Criterion Rather than a Prediction Criterion / Yoshua Bengio
- 98s-20 Inférence fondée sur les statistiques des rendements à long terme / Cosme Vodounou
- 98s-19 Structural Change Tests for Simulated Method of Moments / Eric Ghysels et Alain Guay
- 98s-18 Managing the Risk of IT Outsourcing / Benoit A. Aubert, Sylvie Dussault, Michel Patry et Suzanne Rivard
- 98s-17 Learning Conditions in the Context of R&D and Development Projects: Empirical Evidence from a Research Centre / Mario Bourgault et Hélène Sicotte
- 98s-16 Assessing the Risk of IT Outsourcing / Benoit A. Aubert, Michel Patry et Suzanne Rivard
- 98s-15 Determinants of Desired Career Paths among Canadian Engineers / Michel Tremblay, Thierry Wils et Caroline Proulx
- 98s-14 Why Is the Bid Price Greater than the Ask? Price Discovery during the Nasdaq Pre-Opening / Charles Cao, Eric Ghysels et Frank Hatheway
- 98s-13 "Informal Thinkering": How Is It Important? / Pierre J. Tremblay
- 98s-12 Organize to Generate Innovation: Tools to Measure Technical Change, Productivity and Change-Generating Efforts / Pierre J. Tremblay
- 98s-11 Worksharing in Québec : Five Case Studies / Michael Huberman et Paul Lanoie
- 98s-10 Predictors of Hierarchical Success for Male and Female Canadian Managers / Denis Chênevert et Michel Tremblay
- 98s-09 Managerial Career Success in Canadian Organizations: Is Gender a Determinant? / Denis Chênevert et Michel Tremblay
- 98s-08 Job Characteristics and the Form of Compensation / W. Bentley MacLeod et Daniel Parent
- 98s-07 Technological Capability and Productivity Growth: An Industrialized / Industrializing Country Comparison / Pierre J. Tremblay
- 98s-06 L'évolution du taux d'activité des femmes au Canada, 1976-1994 : Une analyse de cohortes / Paul Beaudry et Thomas Lemieux

* Vous pouvez consulter la liste complète des publications du CIRANO et les publications elles-mêmes sur notre site World Wide Web à l'adresse suivante :

<http://www.cirano.umontreal.ca/publication/page1.html>